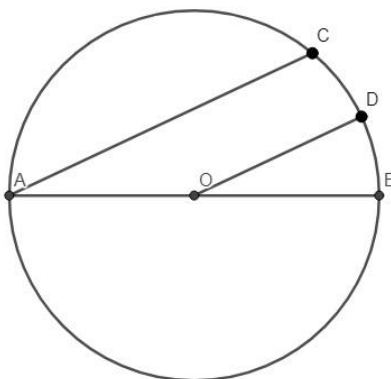


Questão 01 (FÁCIL)

Sejam α e β dois ângulos consecutivos. Sabe-se que as bissetrizes de α e β formam um ângulo de 52° e que o ângulo α mede o dobro do complementar de β . Determine a medida de α .

Questão 02 (FÁCIL)

Considere uma circunferência com centro O de forma que AB seja um diâmetro (veja figura abaixo). Se AC e OD são segmentos paralelos e a medida do ângulo $B\hat{O}D$ é de 25° , encontre a medida do ângulo $D\hat{O}C$.



Questão 03 (FÁCIL)

Uma pessoa precisa fazer um empréstimo de R\$ 10.000,00. O banco X oferece a opção de corrigir o valor usando o sistema de capitalização de juros simples, com taxa de 2% ao mês. O banco Y oferece a opção de corrigir o valor usando o sistema de capitalização de juros compostos, com taxa de 1% ao mês. Considere que o empréstimo será pago todo de uma vez, após t meses, e que nesse período não haverá qualquer amortização da dívida.

Lembrete:

Juros simples: $M = C + (C \times i \times t)$

Juros Compostos: $J = C(1 + i)^t$

Analise as afirmações abaixo:

- I. É melhor a pessoa optar pelo banco X, pois os juros simples são sempre menores que os juros compostos.
- II. Se a pessoa conseguir pagar o empréstimo antes de 18 meses, o Banco Y é mais vantajoso.
- III. Quando $t=5$ a diferença do valor da dívida nas duas opções é um valor entre R\$489,80 e R\$500,00.

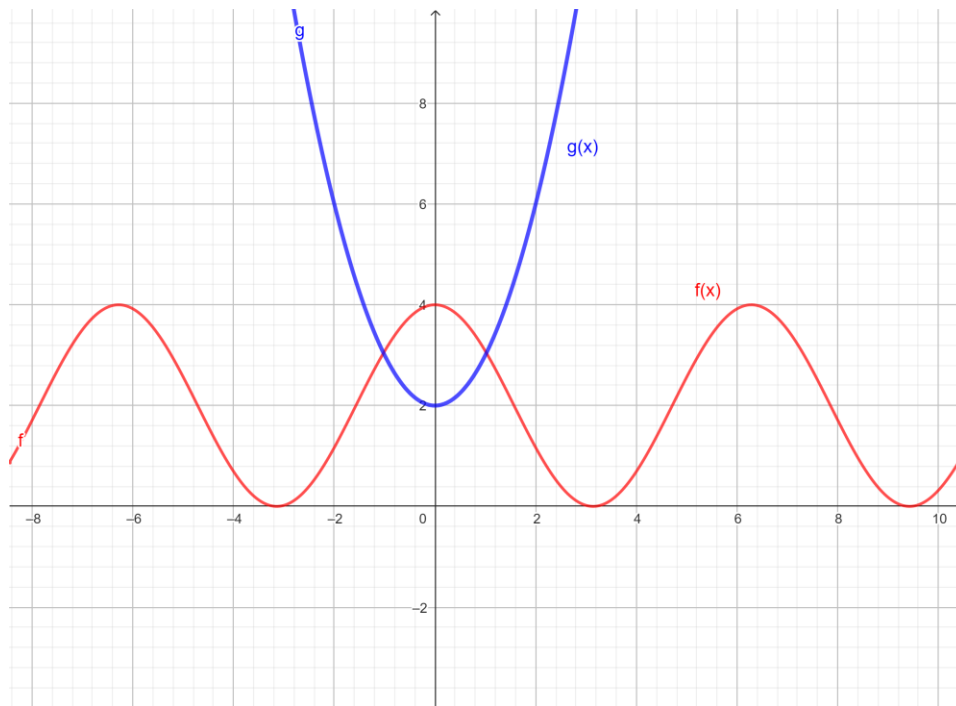
A sequência correta para as afirmações acima é:

- a) VVV
- b) VFV
- c) FVV
- d) FFV
- e) nenhuma das alternativas

Questão 04 (FÁCIL)

As funções $f(x) = a \cos(x) + b$ e $g(x) = x^2 + k$ estão representadas no gráfico abaixo.

O valor da soma $a + b + k$ é igual a:



Questão 05 (FÁCIL)

Uma matriz quadrada A é chamada idempotente se $A^2 = A$. Considere que $A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ seja idempotente. Assinale todas as afirmações corretas:

- a) $b = c = 0$.
- b) Se $b \neq 0$, então $a + d = 1$.
- c) Se $c \neq 0$, então $a - d = 1$.
- d) $ad - bc = 0$.
- e) $a^2 - a = d^2 - d$

Questão 06 (FÁCIL)

Os pontos $(0,0)$, $(b,2b)$ e $(5b,0)$, com $b>0$, são essencialmente vértices de um retângulo. Neste sentido, determine as coordenadas do quarto vértice.

Questão 07 (MÉDIO)

Encontre o valor máximo de $f(x) = x^3 - 3x$ no conjunto de números reais x que satisfazem a desigualdade $x^4 + 36 \leq 13x^2$.

Questão 08 (MÉDIO)

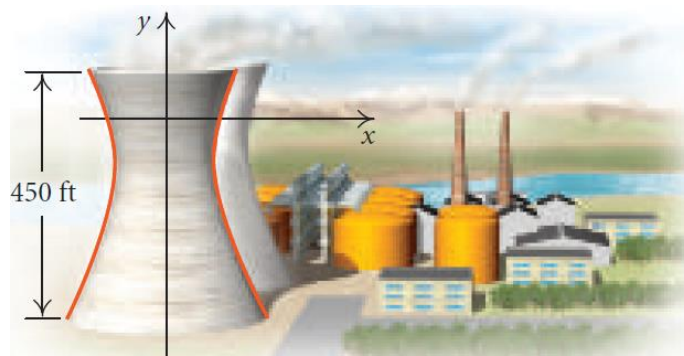
Quantos números de seis dígitos divisíveis por 25 podem ser formados usando os dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5 sem repetições?

Questão 09 (MÉDIO)

Uma seção transversal de uma torre de resfriamento nuclear é uma hipérbole com equação:

$$\frac{x^2}{90^2} + \frac{y^2}{130^2} = 1$$

A torre tem 450 pés de altura e a distância do topo da torre ao centro da hipérbole é metade da distância da base da torre ao centro da hipérbole.



O diâmetro do topo e o diâmetro da base da torre são, respectivamente:

- a) 250 pés e 450 pés.
- b) 158,11 pés e 226,35 pés.
- c) 264,84 pés e 442,71 pés
- d) 180 pés e 260 pés
- e) 274,84 pés e 452,71 pés.

Questão 10 (MÉDIO)

Considere a função $f(x) = (x + a)^3 + b$ tal que $f(x + 1) - 2 = g(x)$. Sabendo que $g(x) = x^3$, calcule $a + b$.

Questão 11 (MÉDIO)

Roberta estava fazendo compras em um supermercado e carregava uma cesta de ovos, quando um transeunte esbarrou em seu ombro, provocando a queda da cesta de ovos no chão. Todos os ovos quebraram. O transeunte querendo pagar pela perda dos ovos, perguntou para a Roberta:

- Quantos ovos estavam na sua cesta?

Roberta respondeu:

- Eu não me recordo exatamente, mas me lembro que se eu dividisse a quantidade de ovos por 2, 3, 4, 5 ou 6, sempre sobrava 1 ovo. Quando eu peguei os ovos em grupos de 7, eu esvaziei a cesta.

Pergunta:

Qual é o menor número de ovos que quebraram?

Questão 12 (MÉDIO)

Considere as funções dadas por $f(x) = \frac{3x}{x-1}$ e $g(x) = x^2$. Classifique as afirmações abaixo em V (Verdadeira) ou F (Falsa).

- I. As funções $f(x)$ e $g(x)$ se interceptam em dois pontos
- II. $Dom(f(g(x))) = Dom(g(f(x)))$
- III. A função $f(x)$ é injetora
- IV. $Dom(f(x^2 + 2)) = \mathbb{R}$

Considerando m a quantidade de afirmações verdadeiras e n a quantidade de afirmações falsas, o valor de $m - n$ é igual a:

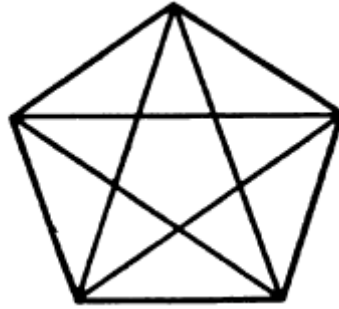
- a) 2
- b) -2
- c) 4
- d) -4
- e) 0

Questão 13 (MÉDIO)

Sejam as matrizes $A = \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & z \end{bmatrix}$ e $C = \begin{bmatrix} -2y & -x + 2y \\ 2y & z - 3 \end{bmatrix}$. Sabendo-se que $AB + A^T = C$ encontre o valor de $x + y + z$.

Questão 14 (MÉDIO)

Quantos triângulos diferentes existem na figura abaixo:



Questão 15 (MÉDIO)

Sejam duas funções reais $f(x) = ax + b$ e $g(x) = cx^2$. Avalie os itens abaixo como verdadeiro ou falso.

- I. O gráfico da função $f(x)$ é uma reta que intercepta o eixo y no ponto $(0,b)$.
- II. O gráfico da função $g(x)$ é necessariamente uma parábola voltada para cima com vértice no ponto $(0,0)$.
- III. Se $c > 0$, então $g(x) \geq 0$ para qualquer valor de x .
- IV. Se $b > 0$, a função $f(x)$ é crescente para qualquer valor de a .
- V. Para qualquer a , b e c temos que $f(g(x)) = g(f(x))$.

Assinale a alternativa correta.

- a) Apenas os itens I e III são verdadeiros.
- b) Apenas os itens I, II e III são verdadeiros.
- c) Apenas o item I é verdadeiro.
- d) Apenas o item V é falso.
- e) Todos os itens são verdadeiros.

Questão 16 (MÉDIO)

Seja α um ângulo do primeiro quadrante do círculo trigonométrico e β um ângulo do terceiro quadrante. Assinale a alternativa incorreta.

- a) Temos que $\operatorname{tg}(\alpha) \geq 0$ e $\operatorname{tg}(\beta) \geq 0$.
- b) Se $\beta - \alpha = \pi$ rad, então $\operatorname{tg}(\alpha) = \operatorname{tg}(\beta)$.
- c) Se $[\cos(\beta)]^2 = 0,36$, então $\operatorname{sen}(\beta) = 0,8$.
- d) Se $[\operatorname{sen}(\alpha)]^2 = 0,36$, então $\cos(\alpha) = 0,8$.
- e) Temos que $\operatorname{sen}(\alpha) \operatorname{sen}(\beta) \leq 0$.

Questão 17 (MÉDIO)

Um copo com formato de um cone possui 6 cm de diâmetro de abertura e 9 cm de altura. O copo é totalmente preenchido com água e, em seguida a água é transferida para outro copo, com formato cilíndrico de 6 cm de diâmetro de abertura. Determine a altura (em *cm*) que a água atingirá no copo cilíndrico (o copo possui altura suficiente para não derramar a água).

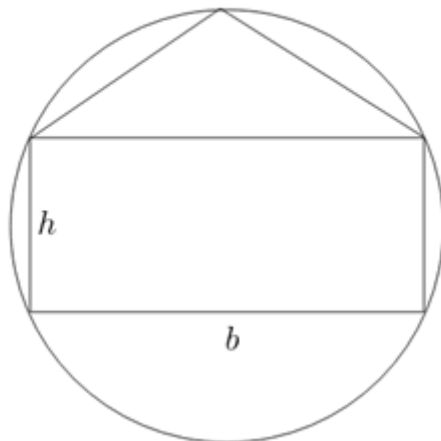
Questão 18 (MÉDIO)

Um quadrado de lado LQ possui a mesma área de um triângulo equilátero de lado LT. Assinale a alternativa que representa a razão LQ / LT.

- a) $\sqrt{3} / 4$
- b) $\sqrt{\sqrt{3}} / 2$
- c) $4 / \sqrt{3}$
- d) $\sqrt{3} / 2$
- e) $2 / \sqrt{3}$

Questão 19 (DIFÍCIL)

Inscruva um retângulo de base b e altura h e um triângulo isósceles de base b em um círculo de raio 1 como mostrado abaixo.



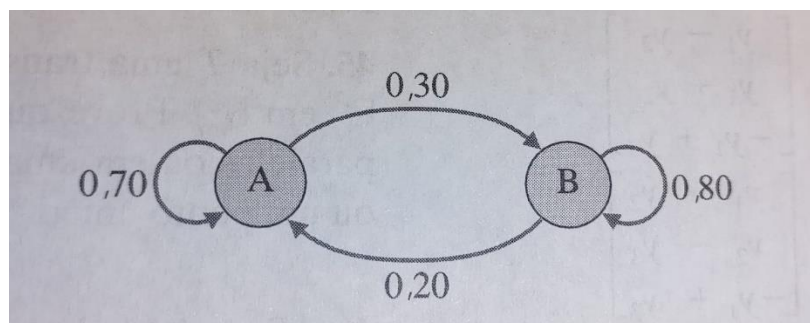
Para qual valor de h , o retângulo e o triângulo possuem a mesma área?

Questão 20 (DIFÍCIL)

Encontre o valor de x que satisfaz a equação $x^x = 2^{2048}$.

Questão 21 (DIFÍCIL)

Uma pesquisa tem como objetivo fazer um levantamento da fidelidade de consumidores em relação duas marcas A e B que são concorrentes de um produto. A pesquisa revelou que num certo mês, 70% dos consumidores da marca A continuam a usá-la no mês seguinte e 30% mudam para a marca B. Por outro lado, nesse mesmo período, 80% dos consumidores da marca B continuam a usá-la no mês seguinte e 20% mudam para a marca A, conforme ilustrado na figura abaixo.



Uma matriz de transição P representa as probabilidades de transição de um estado para outro, isto é, o elemento p_{ij} indica a probabilidade de um elemento que está, no estado precedente, na posição i , mudar para o estado j na próxima etapa. No exemplo acima, a matriz de transição é dada por:

$$\begin{array}{cc}
 \text{mês precedente} & \\
 \begin{array}{cc}
 A & B \\
 \begin{bmatrix} 0,7 & 0,2 \\ 0,3 & 0,8 \end{bmatrix} & \begin{array}{l} A \\ B \end{array}
 \end{array}
 \text{mês seguinte}
 \end{array}$$

Com a matriz de transição, podemos fazer estimativas da evolução do processo a partir de um estado inicial informado.

Por exemplo, na situação acima, se num determinado mês temos 120 consumidores da marca A e 80 da marca B, no mês seguinte teremos 100 consumidores de A e 100 de B. Matricialmente, podemos realizar a multiplicação abaixo:

$$\begin{bmatrix} 0,7 & 0,2 \\ 0,3 & 0,8 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 120 \\ 80 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ 100 \end{bmatrix}$$

Considere a seguinte situação:

Uma empresa de locação de automóveis tem três lojas I, II e III. Para aluguéis diários, o cliente pode retirar o carro em qualquer uma das lojas e devolver em qualquer uma delas também.

Sabe-se que:

Das pessoas que retiram o carro na loja I: A probabilidade da devolução ocorrer na loja I é 50%, na loja II é 30% e na loja III é 20%.

Das pessoas que retiram o carro na loja II: A probabilidade da devolução ocorrer na loja I é 40%, na loja II é 50% e na loja III é 10%.

Das pessoas que retiram o carro na loja III: A probabilidade da devolução ocorrer na loja I é 20%, na loja II é 40% e na loja III é 40%.

Considere a matriz de transição que representa as probabilidades de escolha da loja I, da loja II ou da loja III dada abaixo:

$$\begin{array}{c}
 \text{retirada} \\
 \begin{array}{ccc}
 I & II & III \\
 \left[\begin{array}{ccc}
 p_{11} & p_{12} & p_{13} \\
 p_{21} & p_{21} & p_{23} \\
 p_{31} & p_{32} & p_{32}
 \end{array} \right] \begin{array}{l}
 I \\
 II \\
 III
 \end{array}
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{l}
 \\
 \\
 \text{devolução}
 \end{array}$$

Se num determinado dia foram retirados 20 carros na loja I, 30 na loja II e 40 na loja III, qual a quantidade de carros que estará na loja II após a devolução no dia seguinte.

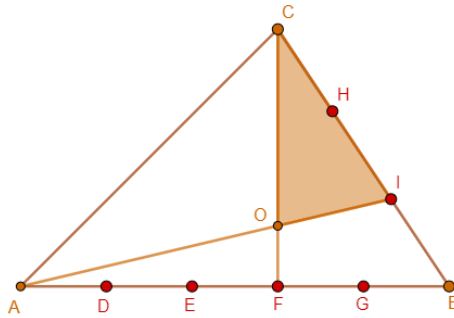
Questão 22 (DIFÍCIL)

Dada a relação $f(x + 2\sqrt{x}) = x + 4\sqrt{x} + 4$ e supondo que $x \in \mathbb{Z}$, $x > 0$, determine $f(x - 2\sqrt{x})$.

- a) $x + 4\sqrt{x} + 4$
- b) x
- c) $2x$
- d) $x + 4$
- e) \sqrt{x}

Questão 23 (DIFÍCIL)

Considere que o triângulo ABC da figura abaixo tem área de 39 m^2 . Sabendo que $CH=HI=IB$ e que $AD=DE=EF=FG=GB$, calcule a área do triângulo OIC sombreado.



Questão 24 (DIFÍCIL)

Considere uma esfera de volume $4\sqrt{3}$ inscrita em um cubo. Calcule o volume da esfera circunscrita a esse mesmo cubo.

Questão 25 (DIFÍCIL)

Considere um paralelepípedo retângulo com base quadrada, cuja altura mede 20 cm. Sabe-se que a diagonal do paralelepípedo forma um ângulo de 30° com o plano da base. Determine o volume do paralelepípedo retângulo.

- a) 36000
- b) 8000
- c) 16000
- d) 12000
- e) 10000