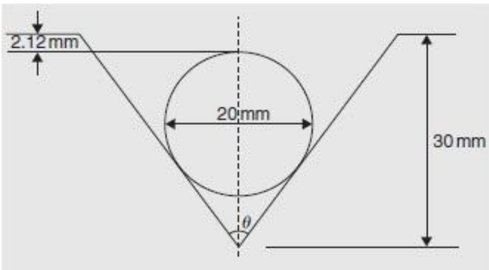
Prova – Nível A – Segunda Fase

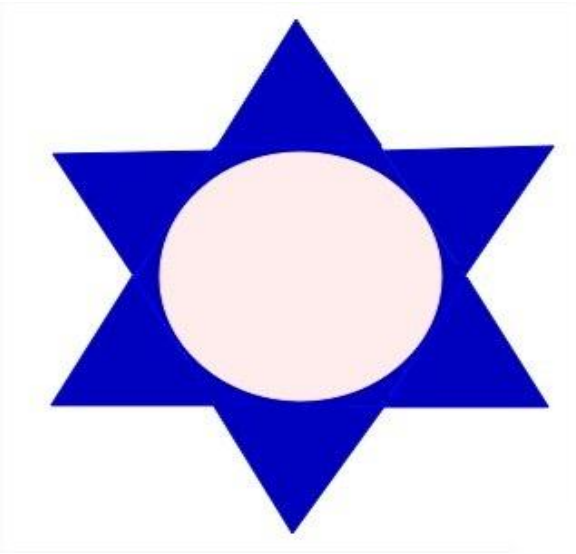
Questão 1.

O ângulo de um sulco cônico é medido usando um rolamento de 20 mm, de acordo com a figura abaixo. Se o rolamento estiver a 2.12 mm abaixo do topo do sulco, determine o valor do ângulo θ



Questão 2

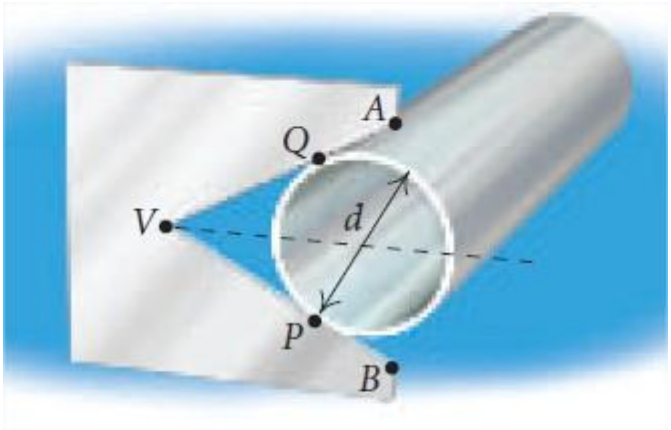
A figura estrelar abaixo é obtida a partir de uma circunferência inscrita em um hexágono regular, de lado 2 cm, a partir do qual brotam seis pontas triangulares regulares adjacentes às arestas do hexágono. Considerando a aproximação $\pi = 3$, determine a área da região sombreada em azul.



(a) $4\sqrt{3}$
(b) $4\sqrt{3} - 3$
(c) $3(4\sqrt{3} - 2)$
(d) $3(4\sqrt{3} - 3)$
(e) $3(4\sqrt{3} - 4)$

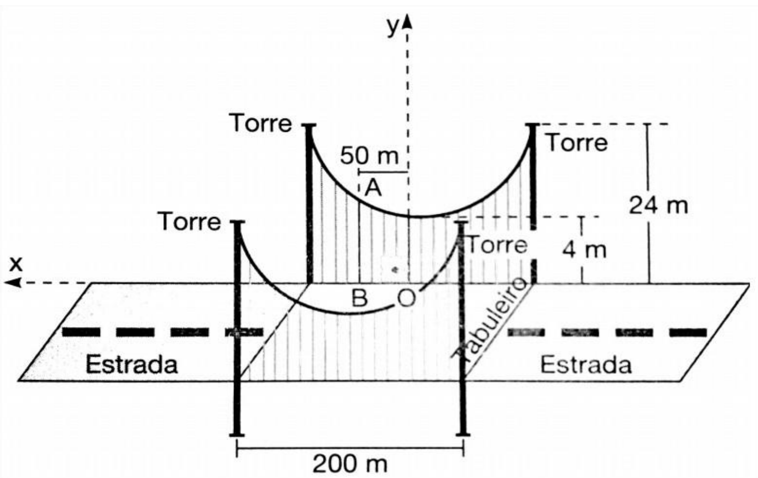
Questão 3

Uma bitola em V é usada para encontrar o diâmetro de um eixo. A vantagem de um dispositivo como este é que ele é áspero, preciso e não permite movimentos do eixo para baixo. Na figura, a medida do ângulo AVB é 54º. O eixo é colocado na abertura em V. Suponha que a distância VP é igual a 3.93 cm. Qual é o diâmetro do eixo?



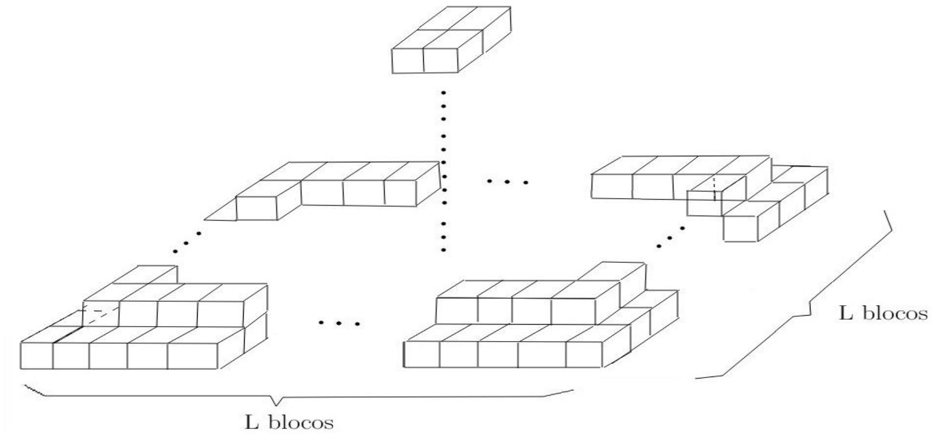
Questão 4.

A figura abaixo exibe uma ponte. De fato, os cabos da ponte apresentam a forma de arcos de parábola do segundo grau. Suas torres de suporte possuem 24 metros de altura e existe um intervalo entre elas de 200 metros. O ponto mais baixo de cada cabo fica a 4 metros do leito da estrada. Considerando o plano horizontal do tabuleiro da ponte contendo o eixo x e o eixo y, determine o comprimento do elemento de sustentação *BA*que liga verticalmente o cabo parabólico ao tabuleiro da ponte, situada a 50 metros do eixo y.



Questão 5.

Considere uma construção piramidal de base quadrada. Cada lateral da base apresenta L blocos também quadrados. Acima da base temos um patamar (também quadrado) cujas laterais estão dispostas sobre as fileiras adjacentes às laterais da base. Seguimos a montagem de forma que no último patamar temos 4 blocos.



Considerando que existem, ao todo, sete patamares (incluindo a base), determine o valor de L e preencha, na lacuna, o valor correspondente à quantidade total de blocos utilizados para a construção piramidal, considerando todas as laterais de cada patamar, e todos os patamares.

Questão 6.

Considere o universo de pessoas U= {Maria, Cláudia, Carlos, Jonas, Alfredo, Miriam; Roberto}.

De U separamos 6 pessoas destas aleatoriamente.

Deste novo conjunto, vamos retirando pessoas, uma por uma, até chegarmos à uma mulher.

Na pior das hipóteses, quantas pessoas teremos que retirar, para que certamente tenhamos retirado uma mulher do conjunto?

Questão 7.

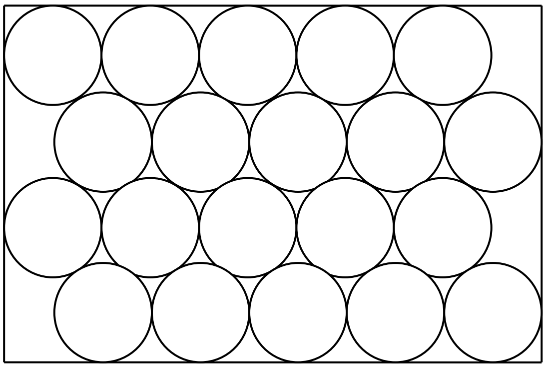
Sobre a equação $|x - a| = -x$, a sentença falsa é:

(a) Dado $a < 0$, temos apenas uma solução em x.
(b) Dado $a > 0$, não temos soluções em x.
(c) Se $a = 0$ temos infinitas soluções em x.
(d) Se $a = 0$ então $x = 0$ é a única solução.
(e) Se $a = 0$ então $x = -1$ é uma solução.

Questão 8.

Temos uma caixa acomodando 20 esferas de raio R, de forma que as esferas adjacentes se tangenciem e as esferas que estão nas extremidades das filas toquem as paredes internas da caixa como ilustrado. Ainda, afirmamos que as paredes superior e inferior da caixa também tangenciam as esferas.

(I) Qual a razão entre o volume ocupado por elas e o volume total?



(II) Afirmamos que se superpormos 2 camadas de esferas, devidamente encaixadas, melhoramos o aproveitamento dado pela razão entre o volume ocupado e o volume total. Qual a melhoria em termos percentuais?

(a) (I) 0.86 e (II) 7.1%
(b) (I) 0.53 e (II) 2.8%
(c) (I) 0.86 e (II) 3.8%
(d) (I) 0.74 e (II) 2.6%
(e) (I) 0.53 e (II) 3.8%

Questão 9.

Considere A e B dois conjuntos descritos da seguinte forma:

A = intervalo abertoentre os números $2 - c$ e $2 + c$

B = intervalo aberto entre os números $2 - c + y$ e $2 + c + y$

onde c e y são números inteiros positivos. Com base nisso, assinale a alternativa falsa.

(a) $y > 2c$ resulta $A \cap B = \emptyset$.
(b) $y = 2c$ resulta $A \cap B$ com apenas um elemento.
(c) $y < 2c$ resulta $A \cap B = \emptyset$.
(d) $y = c$resulta $A \cap B$ é a metade do conjunto A.
(e) $y = 2c$ resulta$2 + c$ não pertencente a $A \cup B$.

Questão 10

Por volta de 1950, o químico Willard Libby inventou um método de usar carbono radioativo como um meio para determinar a idade aproximada de fósseis. A teoria da *datação por carbono*baseia-se no fato que o isótopo carbono 14 é produzido na atmosfera pela ação da radiação cósmica sobre o nitrogênio. A razão da quantidade C^{14}em relação ao carbono comum na atmosfera parece ser uma constante e, consequentemente, a quantidade proporcional de isótopo presente em todos os organismos vivos é a mesma na atmosfera. Quando um organismo morre, a quantidade de carbono C^{14}diminui com o tempo, a uma *taxa proporcional à quantidade existente*, de maneira que a quantidade de carbono presente em um organismo decresce exponencialmente em relação ao tempo, obedecendo um modelo dado por:

$Q(t) = Ce^{kt}$, onde C é uma constante, relacionada com a quantidade de carbono presente no organismo no tempo t=0 e k é uma constante de proporcionalidade. Um tempo de particular importância é a *meia vida*doC^{14}*,* que é o tempo para que a quantidade de carbono C^{14} existente no organismo se reduza à metade do que existia inicialmente.Suponha que em um modelo de datação de carbono C^{14}, a condição inicial seja dada por $Q(0) = Q_0$. Foi encontrado um osso fossilizado que contém um milésimo da quantidade original do C^{14}. Sabendo-se que a meia vida do C^{14} é 5600 anos, então assinale a alternativa correta.

(a) O fóssil tem mais de 200 mil anos.
(b) A idade do fóssil pode entre 20000 e 40000 anos
(c) A idade do fóssil é inferior a 50000 anos
(d) A idade do fóssil é superior a 30000 anos e inferior a 45000 anos.
(e) A idade do fóssil é superior a 30000 anos e inferior a 60000 anos.