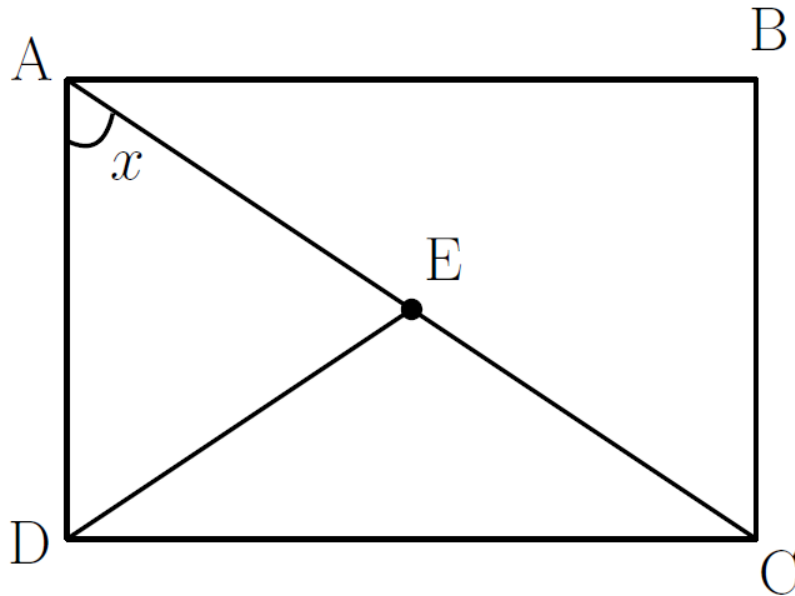


**QUESTÃO 01 (FÁCIL)**

Na figura abaixo, ABCD é um retângulo, AC é uma diagonal do retângulo e DEC é um triângulo isósceles com base DC.

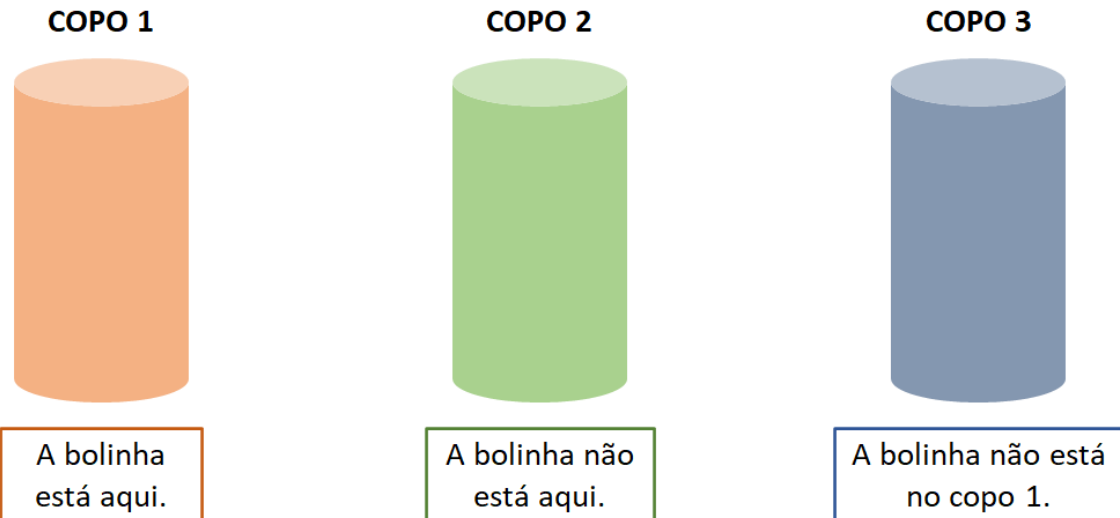


Sabendo que o ângulo  $\widehat{DEC}$  mede  $120^\circ$  encontre o valor do ângulo x.

*Dado: escreva o resultado na lacuna sem o símbolo de grau, apenas o número.*

**QUESTÃO 02 (FÁCIL)**

Abaixo temos três copos opacos (não conseguimos ver através deles). Eles estão de boca para baixo e em cada copo há uma afirmação a respeito de uma bolinha.



Sabe-se que apenas uma das afirmações é verdadeira.

Escolha a alternativa correta.

- (A) A bolinha está debaixo do copo 1.
- (B) A bolinha está debaixo do copo 2.
- (C) A bolinha está debaixo do copo 3.
- (D) Nenhum dos copos tem bolinha debaixo deles.
- (E) Não há informações suficientes para concluir se tem ou não bolinha debaixo dos copos.

**QUESTÃO 03 (FÁCIL)**

Um engenheiro de materiais está escrevendo um código de impressora 3D que define uma condição para o número de camadas  $N$ .

- $N$  é um número inteiro entre 400 e 600;
- $N$  é múltiplo de 9 e o dígito correspondente à dezena é o número 5.

Depois de pensar um pouco, concluiu que há 3 possibilidades para  $N$ .

Qual é a soma das três possibilidades do valor de  $N$ ?

**QUESTÃO 04 (FÁCIL)**

Em uma pesquisa amostral sobre qual candidato para prefeito as pessoas votariam, o resultado para os quatro principais candidatos foi:

<b>CANDIDATO</b>	<b>QUANTIDADE DE PESSOAS</b>
ALPHA	255
BETA	378
GAMA	132
DELTA	75
BRANCO / NULO	160

Supondo que nesta cidade há 500.000 eleitores e que no dia da eleição a proporção de votos seja mantida exatamente como apresentado na tabela, qual é a porcentagem de votos válidos (excluindo brancos e nulos) que o candidato vitorioso teria?

*Dado: escreva o resultado na lacuna em porcentagem, sem o símbolo de porcentagem (%).*

**QUESTÃO 05 (FÁCIL)**

Considere as funções reais  $f(x)$  e  $g(x)$  dadas abaixo:

$$\begin{cases} f(x) = 2x - 4 \\ g(x) = x^2 - x - 2 \end{cases}$$

Assinale a alternativa **CORRETA**.

- (A) As duas funções são de primeiro grau.
- (B) A função  $g(x)$  tem apenas uma raiz real.
- (C) A função  $f(x)$  tem raiz igual a 2.
- (D) A função  $g(x)$  tem raiz igual a 1.
- (E) Não há pontos de intersecção das funções  $f(x)$  e  $g(x)$ .

**QUESTÃO 06 (FÁCIL)**

Uma classe é composta por 15 alunos e pretende-se formar uma comissão de representantes composta por 4 membros. Calcule a quantidade de comissões distintas que podem ser formadas nesta sala.

**QUESTÃO 07 (MÉDIA)**

O preço da coxinha em um bar é R\$ 4,50. Em um certo dia, 10 amigos foram comer coxinhas e o valor médio da conta para cada um foi R\$ 13,50. Sabendo que João e José comeram a mesma quantidade de coxinhas, quantas coxinhas cada um comeu sabendo que a soma do valor pago pelos demais colegas foi R\$ 99,00.

**QUESTÃO 08 (MÉDIO)**

O valor de mercado das ações de uma empresa durante o ano de 2019 pode ser descrito como uma função de segundo grau:  $V(t) = -t^2 + 16t + 100$ , onde  $t$  representa o tempo (meses do ano) e  $V(t)$  o valor da ação no fim de cada mês. O valor da ação para o tempo inicial  $V(0)$ , corresponde ao valor da ação no início do ano de 2019 (dia 1º de janeiro). Calcule o maior valor da ação no ano de 2019.



**QUESTÃO 09 (MÉDIA)**

Um copo em formato de cone, tem capacidade de 100 ml e o diâmetro de sua abertura é  $2\sqrt{10}$  cm. O copo é preenchido com 70 ml de leite. Seja  $h$  a altura do leite no copo, escreva na lacuna o valor de  $h^3$ .

Considere  $\pi \cong 3$ .

**QUESTÃO 10 (MÉDIA)**

Considere as funções  $f(x) = |x+1|$  e  $g(x) = -x^2 + a$ .

Sabendo-se que  $g(f(0)) = f(g(a))$ , podemos afirmar que:

- (A)  $a = 0$  ou  $a = 2$
- (B)  $a = \sqrt{2}$  ou  $a = 2$
- (C)  $a = \pm\sqrt{2}$  ou  $a = 2$
- (D)  $a = \pm\sqrt{2}$  ou  $a = 0$
- (E)  $a = \pm\sqrt{2}$  ou  $a = 0$  ou  $a = 2$

**QUESTÃO 11 (MÉDIA)**

Dizemos que uma matriz  $A$  comuta com uma matriz  $B$  se  $AB = BA$ . Considere

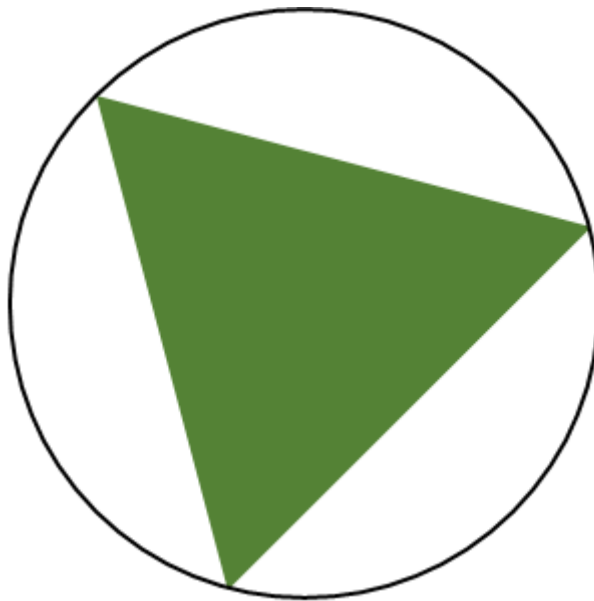
$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Em relação a todas as matrizes  $B$ , cujos elementos são números reais, que comutam com  $A$ , podemos dizer que:

- (A)  $\det(B) \geq 0$
- (B)  $\det(B) = 0$
- (C)  $\det(B) < 0$
- (D)  $B$  é simétrica
- (E) Nenhuma das alternativas

**QUESTÃO 12 (MÉDIO)**

Um jardim foi construído em uma área circular. O jardim foi dividido em parte com grama (área verde na forma de um triângulo equilátero) e parte com pedra (área branca), conforme ilustrado na figura. Assinale a alternativa que representa a razão entre a área com grama (parte verde -  $A_V$ ) e a área com pedra (parte branca -  $A_B$ ), ou seja, assinale a alternativa que representa esta razão  $A_V/A_B$ .



- (A)  $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi - 3\sqrt{3}}$
- (B)  $\frac{3\sqrt{3}}{4\pi + 3\sqrt{3}}$
- (C)  $\frac{4\pi + 3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$
- (D)  $\frac{4\pi - 3\sqrt{3}}{3\sqrt{3}}$
- (E)  $\frac{\sqrt{3}}{4\pi}$

**QUESTÃO 13 (MÉDIO)**

Considere a reta representada pela função  $f(x) = x$ . Uma segunda reta passa pelos pontos  $(0, 20/3)$  e  $(4, 4)$  e é descrita pela função  $g(x)$ . Calcule a área do triângulo cujos vértices são:

- vértice 1: interseção da reta da função  $f(x)$  com o eixo  $x$ ;
- vértice 2: interseção da reta da função  $g(x)$  com o eixo  $x$ ;
- vértice 3: interseção das retas das funções  $f(x)$  e  $g(x)$ .

**QUESTÃO 14 (MÉDIA)**

Seja  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  uma função tal que:

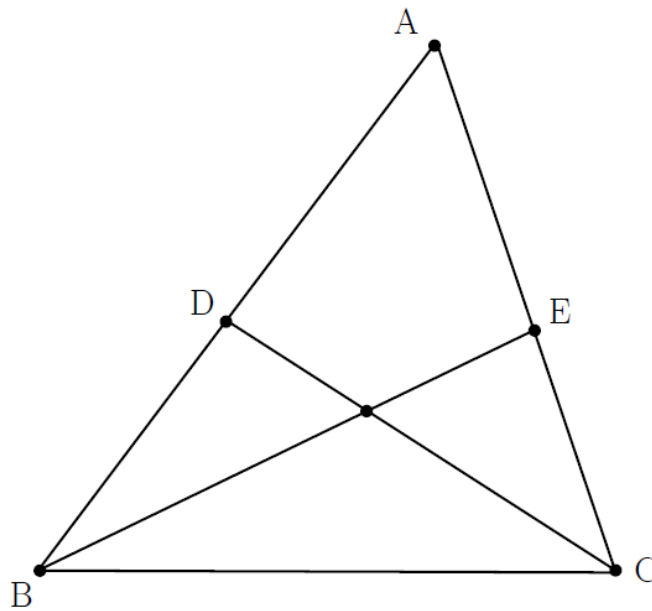
- 1)  $f(x + y) = f(x) + f(y)$
- 2)  $f(1) = 1$
- 3)  $x^2 f\left(\frac{1}{x}\right) = f(x)$ , para todo  $x \in \mathbb{R}^*$

Calcular o valor de  $f(2006)$ .

**QUESTÃO 15 (MÉDIA)**

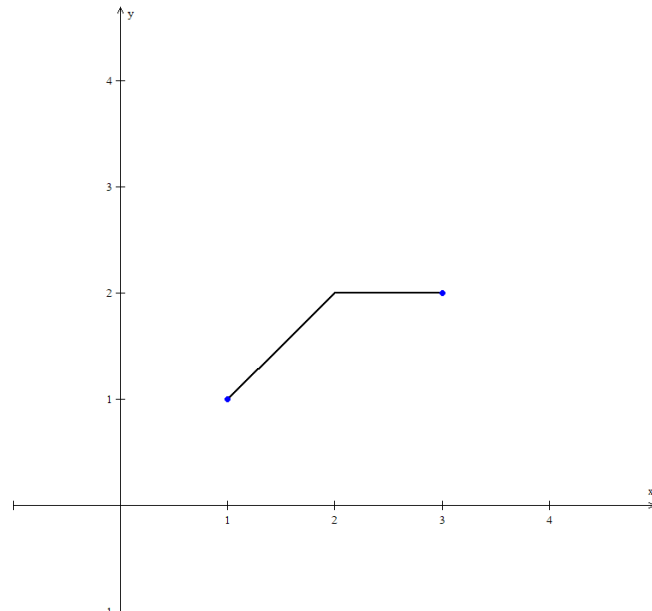
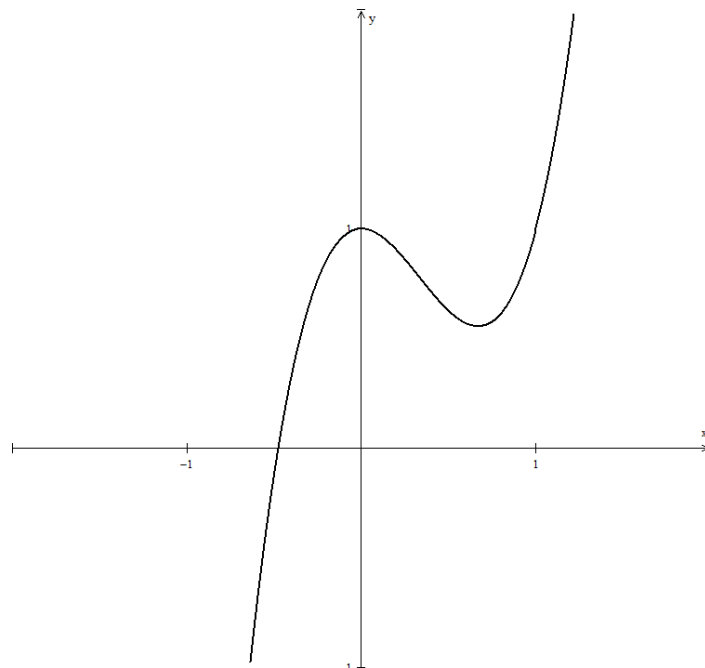
Considere o triângulo ABC abaixo. Sabe-se que os segmentos AD, DB e AE medem 80 mm, 30 mm e 50 mm respectivamente. Se o ângulo ABE é igual ao ângulo ACD, qual a medida do segmento EC (em mm)?

**Observação:** preencha a lacuna apenas com o valor numérico, não colocar unidade de medida.

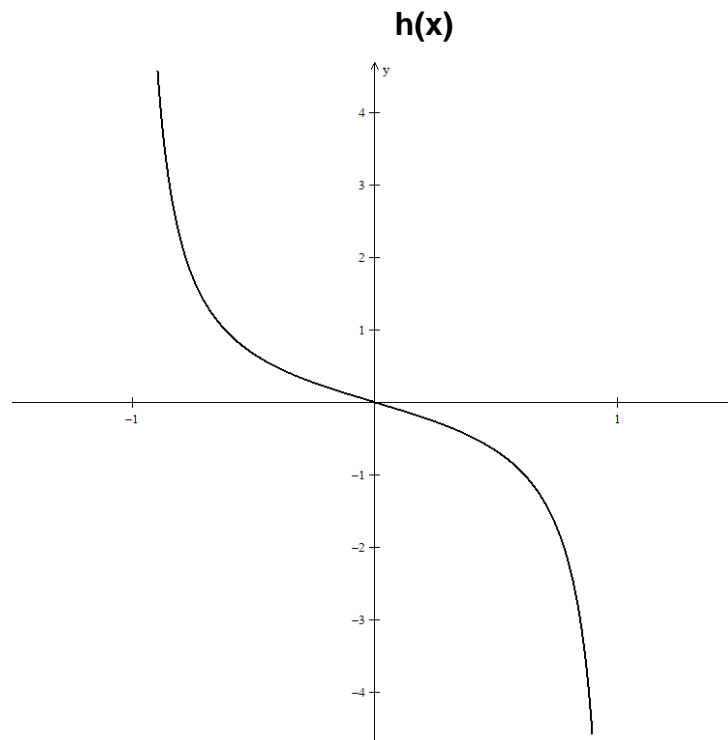


**QUESTÃO 16 (MÉDIA)**

Considere as funções  $f:[1,3] \rightarrow [1,2]$ ,  $g:\mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  e  $h:(-1,1) \rightarrow \mathbb{R}$  representadas abaixo.

**f(x)****g(x)**





Considere as afirmações abaixo:

- I. A função  $f(x)$  é inversível.
- II. A função  $g(x)$  é injetora mas não sobrejetora.
- III. A função  $h(x)$  é bijetora.
- IV. A função  $h(x)$  é sobrejetora mas não injetora.
- V. Nenhuma das funções é inversível

Se  $m$  o número de afirmações corretas e  $n$  o número de afirmações incorretas, o valor  $m - n$  é igual a:

- (A) 1
- (B) -1
- (C) -3
- (D) 5
- (E) -5

**QUESTÃO 17 (MÉDIA)**

Um plano secante passa pelos pontos K, L e M das arestas SA, SB e SC, respectivamente, de uma pirâmide triangular, com a particularidade de que

$$\frac{SK}{KA} = \frac{SL}{LB} = \frac{2}{1}$$

A mediana SN da face lateral SBC é dividida pelo plano secante na metade. Determine em qual razão é dividido o volume da pirâmide pelo referido plano secante.

**Observação:** Escreva na lacuna a soma do numerador e do denominador da fração irredutível que representa a razão solicitada.

**QUESTÃO 18 (MÉDIA)**

Os estados da Califórnia, Arizona, Novo México, Utah e Nevada enviam um grupo de 6 representantes para a conferência anual dos Estados do Sudoeste americano. Deve-se formar uma subcomissão de 9 pessoas para discutir o problema da água.

Quantas subcomissões podem ser formadas com pelo menos 2 representantes de Nevada?

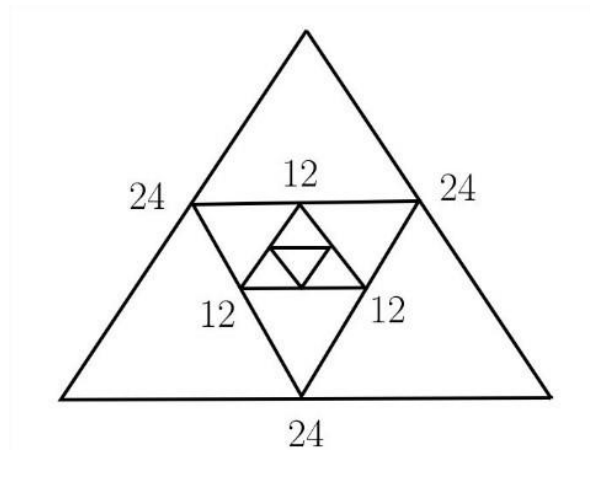
**QUESTÃO 19 (DIFÍCIL)**

Para controlar a transmissão do COVID-19, as autoridades sanitárias de uma cidade pretendem reduzir a atual taxa de transmissão de 2 para 0,5 em 30 dias. A taxa de transmissão pode ser interpretada como sendo o número de novas pessoas que podem ser infectadas por cada pessoa portadora do COVID-19. Por exemplo, a taxa de transmissão igual a 2, significa que uma pessoa contaminada transmite o vírus para 2 novas pessoas.

Se 10 dias após a adoção das medidas de controle, o número de casos confirmados na cidade é de 100 pessoas, quantos novos casos surgiriam neste dia assumindo que a taxa de transmissão diminui de forma linear no período dos 30 dias conforme esperado pelas autoridades sanitárias.

**QUESTÃO 20 (DIFÍCIL)**

O lado de um triângulo equilátero mede 24 cm. Os pontos médios de seus lados são ligados para formar um outro triângulo equilátero, cujos pontos médios são ligados, similarmente, para formar um outro triângulo equilátero. Este processo continua indefinidamente.



Calcule a soma dos perímetros de todos os triângulos, em centímetros.

**Observação:** escreva o valor numérico na lacuna sem a unidade de medida.

**QUESTÃO 21 (DIFÍCIL)**

Num sistema de coordenadas cartesianas, seja  $L$  o lugar geométrico dos pontos  $P = (x,y)$  que satisfazem a seguinte propriedade:

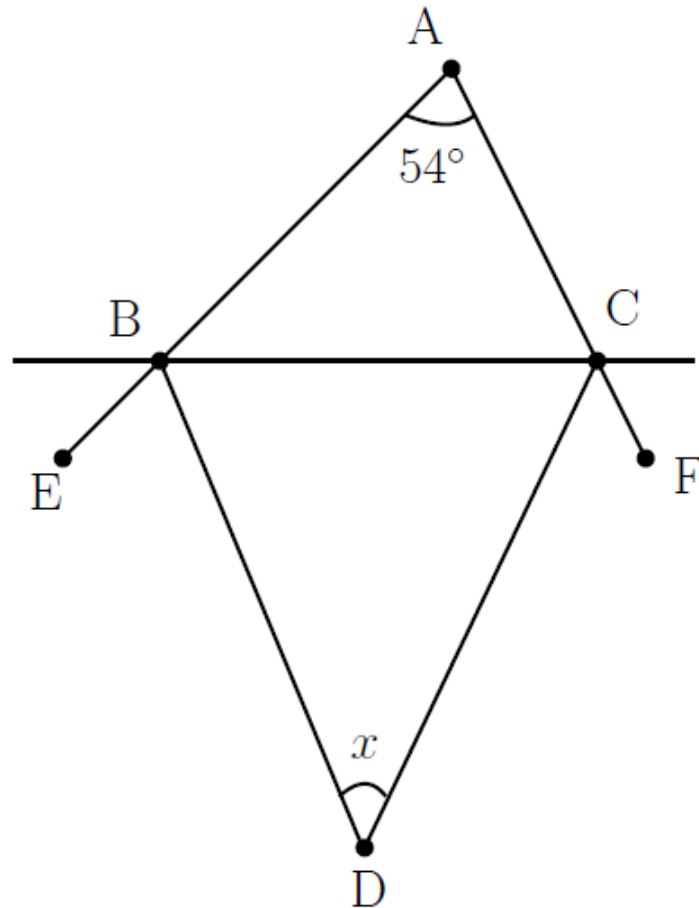
*“A distância de  $P=(x,y)$  ao ponto  $Q=(6,0)$  é essencialmente igual à distância do ponto  $P$  ao eixo das ordenadas”*

Quem é  $L$ ?

- (A) Parábola de equação  $y^2 = 6x$ .
- (B) Uma elipse de equação  $x^2/3 + y^2/4 = 1$ .
- (C) Um quadrado.
- (D) Uma hipérbole de equação  $3x^2 - 2y^2 = \sqrt{6}$ .
- (E) Uma parábola de equação  $y^2 - 12x + 36 = 0$

**QUESTÃO 22 (DIFÍCIL)**

Considere a figura abaixo.



Sabendo que o segmento  $BD$  é a bissetriz do ângulo  $EBC$ , que o segmento  $CD$  é a bissetriz do ângulo  $FCB$  e que o ângulo  $BAC$  mede  $54^\circ$ , encontre a medida do ângulo  $x$ .

**Observação:** escreva o resultado na lacuna sem o símbolo de grau, apenas o número.

**QUESTÃO 23 (DIFÍCIL)**

Seja a matriz  $A$  dada por:

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$$

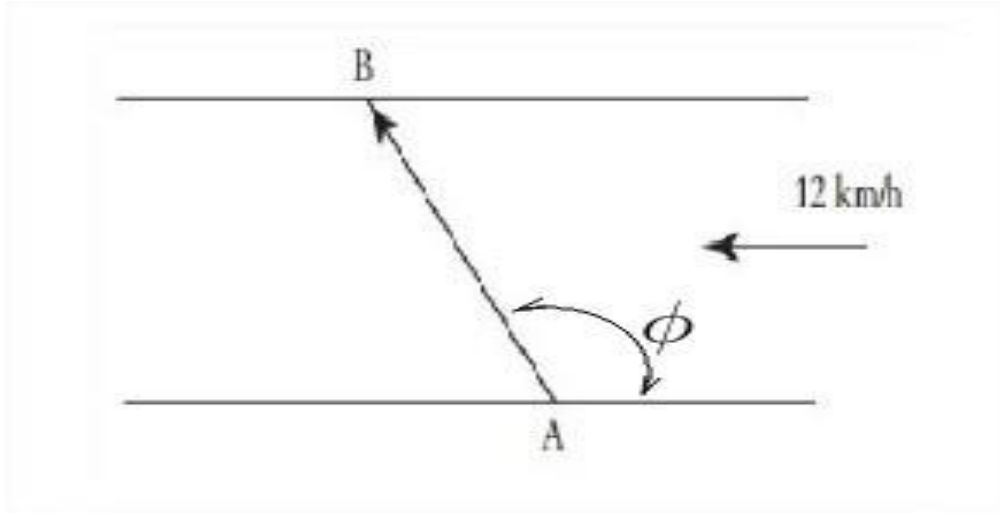
A solução da equação  $A^2 - (a+d)A + (\det A)I = \bar{O}$ , onde  $I$  é a matriz identidade  $2 \times 2$  e  $\bar{O}$  é a matriz nula  $2 \times 2$  é igual a:

- (A)  $\bar{O}$
- (B)  $I$
- (C)  $A^{-1}$
- (D)  $A$
- (E) Nenhuma das alternativas



**QUESTÃO 24 (DIFÍCIL)**

Um barco de abastecimento precisa atravessar um rio de um ponto A até um ponto B, conforme exhibe o desenho abaixo. O ponto B está 1,50 km a jusante. O barco pode viajar a uma velocidade de 20,0 km/h em relação à água. A correnteza está fluindo a 12,0 km/h em relação à água. A largura do rio é de 500 metros.



- 1) Determine qual deve ser a direção, designada pelo ângulo  $\phi$  (em graus), em que o capitão do barco deve viajar para conseguir atravessar o rio e chegar exatamente no ponto B.
- 2) Determine a velocidade real do barco ( $v$ ) ao longo da direção da seta AB.

Assinale a alternativa que representa corretamente o ângulo  $\phi$  e a velocidade  $v$ .

- (A)  $\phi = 29,4$  e  $v = 31,4$  km/h
- (B)  $\phi = 29,4$  e  $v = 37,4$  km/h
- (C)  $\phi = 121$  e  $v = 31,4$  km/h
- (D)  $\phi = 151$  e  $v = 37,4$  km/h
- (E)  $\phi = 151$  e  $v = 31,4$  km/h

**QUESTÃO 25 (DIFÍCIL)**

Considere o quadrado ABCD de lado igual a 1. Considere um ponto E ao longo do segmento CD e um ponto F ao longo do segmento BC.

O ângulo EAF é igual a  $45^\circ$  e o ângulo AFB é  $70^\circ$ .

Calcule o perímetro do triângulo CEF.

