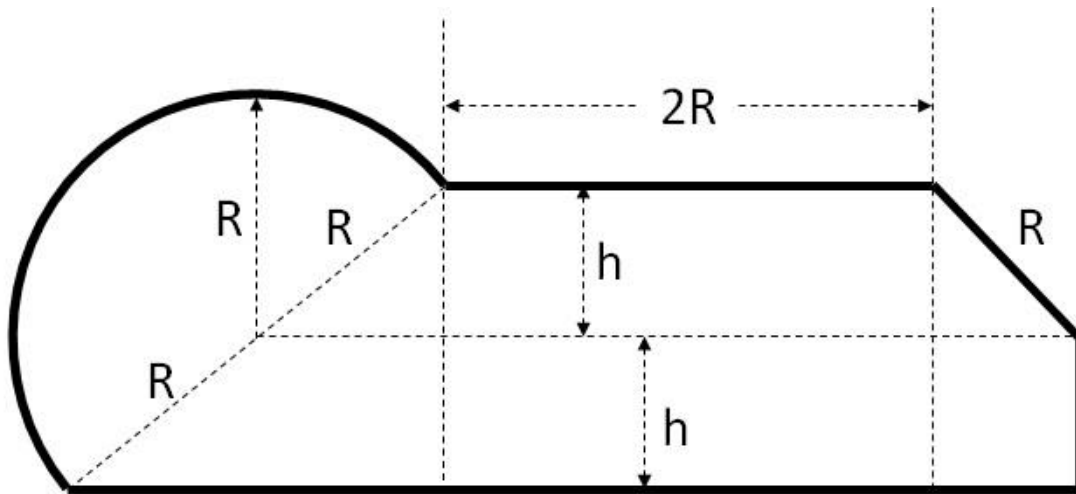


Questão 01 (MÉDIO)

Um centro esportivo construiu uma pista de corrida formada por um trecho semicircular e quatro trechos retilíneos (traços contínuos), conforme ilustrado na figura abaixo.



Sabendo que o valor de h é igual a 60% do valor de R , qual é a distância (em metros) percorrida com por um atleta ao dar 5 voltas completas neste circuito, sabendo que $R = 100$ m.

Considere $\pi = 3,14$.

Questão 02 (MÉDIO)

Considere as três funções $f(x)$, $g(x)$ e $h(x)$:

$$f(x) = ax^2 + 3x - 2$$

$$g(x) = -2 e^{-0,5x}$$

$$h(x) = \ln |g(x)|$$

Avalie as seguintes afirmações abaixo sobre as funções acima.

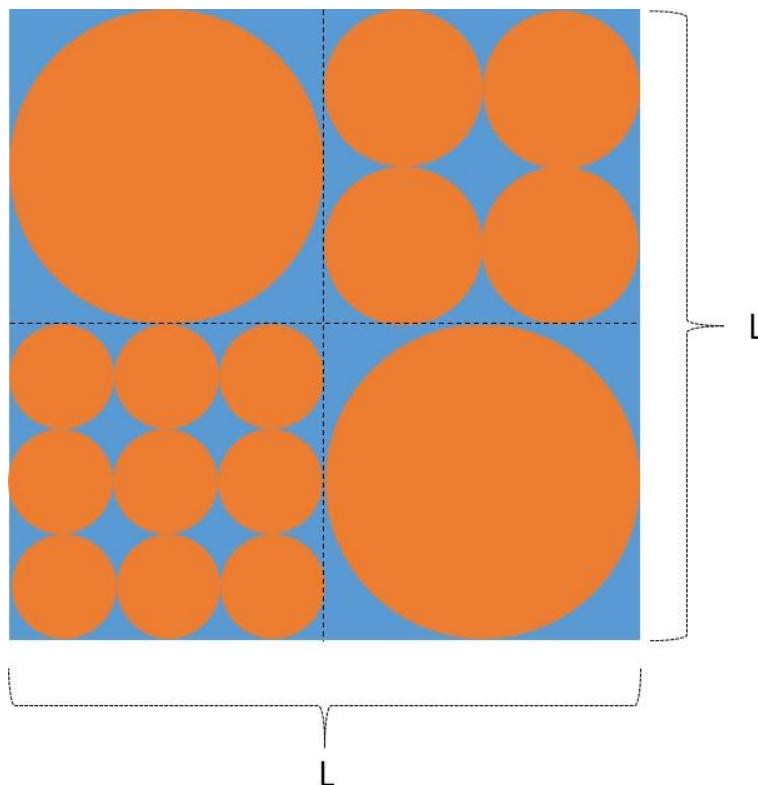
- I. A função $f(x)$ não corta o eixo x se $a < 0$.
- II. A função $g(x)$ é menor que zero para qualquer valor de x .
- III. Se $a = -49 / [16 (2 + \ln 2)]$, o gráfico da função $f(x)$ intercepta o gráfico da função $h(x)$ em apenas um ponto.
- IV. A função $h(x)$ é menor que zero para $x > 2 \ln 2$.

Assinale a alternativa correta:

- A) Apenas a afirmação II é verdadeira.
- B) Apenas as afirmações II e III são verdadeiras.
- C) Apenas as afirmações II e IV são verdadeiras.
- D) Apenas as afirmações III, IV são verdadeiras.
- E) Apenas as afirmações II, III e IV são verdadeiras.

Questão 03 (MÉDIO)

Uma placa de azulejo quadrada de lado L foi dividida em quatro quadrados menores iguais contendo círculos de tamanhos variados. Não há sobreposição de área dos círculos, ou seja, as circunferências são tangentes entre si e entre as laterais do quadrado. A figura abaixo ilustra a peça do azulejo.



Seja A_{azul} a área pintada na cor azul e A_{laranja} a área pintada na cor laranja, assinale a alternativa que representa a razão $A_{\text{laranja}} / A_{\text{azul}}$.

- A) 1
- B) $\pi / (4 - \pi)$
- C) $(4 / \pi) - 1$
- D) $\pi / (4 + \pi)$
- E) $(4 / \pi) + 1$

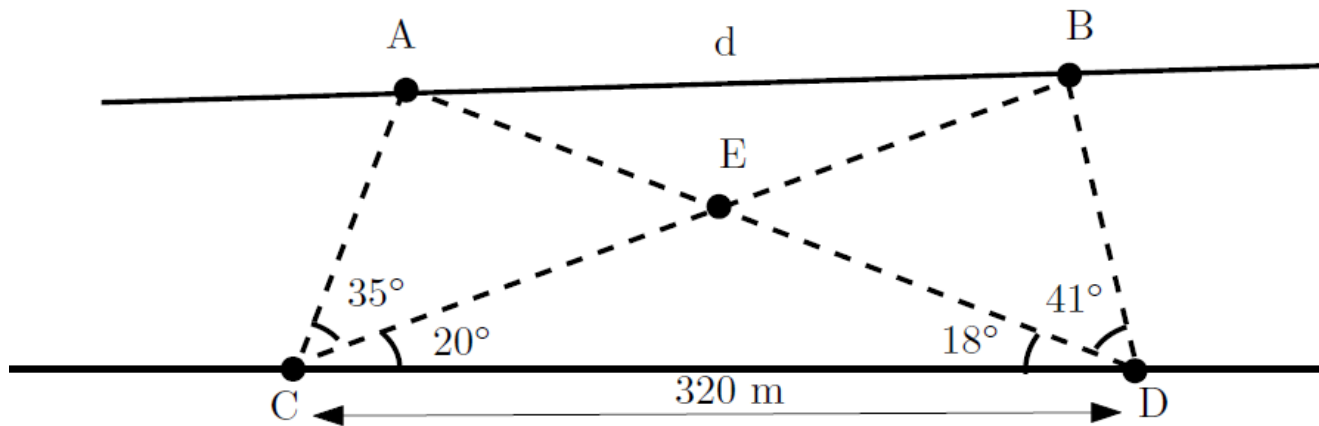
Questão 04 (MÉDIO)

Três automóveis executam uma volta completa em uma pista circular, nos tempos de 10 minutos, 12 minutos e 16 minutos, respectivamente. Sabe-se que os três saem da mesma origem e que o segundo sai 2 minutos após o primeiro e que o terceiro sai 2 minutos após o segundo. Considerando que todos irão manter constante a indicação do velocímetro, determine quanto tempo após o início da prova o primeiro carro encontrará o terceiro na origem pela segunda vez?

- A) Nunca.
- B) Após 20 minutos.
- C) Após 164 minutos.
- D) Após 100 minutos.
- E) Após 50 minutos.

Questão 05 (MÉDIO)

Para determinar a distância entre dois pontos A e B, marca-se dois pontos C e D, conforme figura abaixo, e mede-se os ângulos $ACB = 35^\circ$, $BCD = 20^\circ$, $ADC = 18^\circ$, $ADB = 41^\circ$ bem como a distância $CD = 320$ metros. Qual é a distância AB?



Questão 06 (MÉDIO)

Considere a função quadrática $f(x) = ax^2 + 2x + a$. Para que a função possua um zero menor que -2 e outro maior que -2 , devemos ter:

- A) $0 < a < 0,8$
- B) $a > 0,8$
- C) $-0,8 < a < 0$
- D) $-1 < a < -0,8$
- E) $-1 < a < 0,8$

Questão 07 (MÉDIO)

Um engenheiro de computação está fazendo um algoritmo para programar um display para HMI e ele utiliza uma linguagem interpretada. Nesta linguagem de programação, as comparações são bem complicadas para serem feitas, já as operações básicas são muito mais simples.



Neste sentido, em um determinado critério de parada do algoritmo, o engenheiro de computação precisa verificar se um número x está entre dois números limites a e b dados. Ou seja, ele precisa verificar se $a < x < b$. Porém, dada a complexidade de fazer comparações nesta linguagem de programação interpretada, ele *somente pode fazer um único teste de comparação e qualquer quantidade de operações matemáticas básicas*. Ou seja, ele não pode definir, no critério de parada, um critério sob a forma “se $x > a$ e $x < b$ ”, pois neste caso seriam dois testes de comparação.

Dado um número x , considere os seguintes testes, satisfazendo o critério destacado em vermelho no enunciado, para verificar que $a < x < b$.

(I) Se $\sqrt{\frac{|x-a|}{|x-b|}} < 1$

(II) Se $\frac{x-a}{b-a} \cdot \left(\frac{x-a}{b-a} - 1\right) < 0$

(III) Se $(x-a) \cdot (x-b) < 0$

(IV) Se $x < \frac{a+b}{2}$

A respeito destes testes, assinale a alternativa correta.

- A) Apenas I e II verificam que $a < x < b$.
- B) Apenas I e IV verificam que $a < x < b$.
- C) Apenas III verifica que $a < x < b$.
- D) Apenas II e III verificam que $a < x < b$.
- E) Apenas II e IV verificam que $a < x < b$.

Questão 08 (DIFÍCIL)

A matriz M abaixo apresenta resultados obtidos num estudo sobre a preferência e fidelidade de compradores de automóveis de três marcas 1, 2 e 3. Cada elemento a_{ij} representa a probabilidade de um atual proprietário da marca i mudar para a marca j na sua próxima aquisição.

$$M = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,3 & x \\ 0,2 & 0,4 & y \\ 0,3 & z & x + y \end{bmatrix}$$

Considere as afirmações:

- I. A matriz M é simétrica.
- II. A marca 3 é a marca que tem maior fidelidade dos proprietários, pois é a marca que menos será trocada por parte dos atuais proprietários na próxima aquisição.
- III. A marca 2 é a marca que mais atrairá compradores de outras marcas na próxima aquisição.
- IV. A probabilidade de um proprietário da marca 3 adquirir um automóvel da marca 2 na próxima aquisição é de 10%.
- V. A probabilidade da marca 3 ter proprietários das marcas 1 ou 2 na próxima compra é de 60%.

Seja N_V o número de afirmações verdadeiras e N_F o número de afirmações falsas, assinale a alternativa que representa o valor $N_F - N_V$.

- A) -1
- B) 1
- C) 3
- D) -3
- E) -5

Questão 09 (DIFÍCIL)

Os moradores de uma ilha decidiram montar uma cooperativa para produzir e vender picolés para os turistas que visitam a ilha. Como bons conhecedores de matemática e também bons administradores, os dirigentes da cooperativa fizeram um estudo para levantar o custo de produção dos picolés, as despesas fixas mensais, incluindo o custo de instalação e manutenção do sistema. Com esse levantamento chegaram aos seguintes números:

- **Custo para produzir 100 picolés:** R\$ 140,00.
- **Despesas fixas mensais:** R\$ 7.500,00.
- **Preço de venda de cada unidade de picolé:** R\$ 3,90 a unidade.

Para vender os picolés era necessário investir no turismo local e o acesso à ilha era somente por barcos. Os dirigentes procuraram uma empresa especializada em transporte marítimo para viabilizar as viagens para a ilha e com isso consolidar o faturamento da cooperativa. A empresa responsável pelo transporte verificou que quando o preço da passagem é R\$ 20,00 são vendidas em média 160 passagens por dia e quando o preço dobra, o número de passagens vendidas reduz para 120 (por dia).

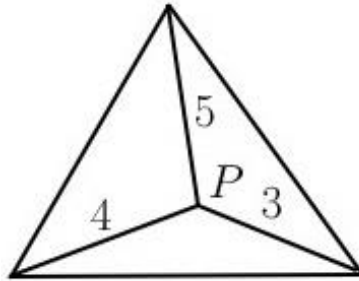
Sabendo que o lucro mensal da cooperativa é a diferença entre o dinheiro arrecadado durante o mês pela venda dos picolés e o custo total mensal (despesas fixas mensais mais o custo da produção dos picolés), qual deve ser o máximo valor cobrado pela passagem de barco para a cooperativa não ter prejuízo no mês?

Deve-se assumir que:

- todo picolé produzido foi vendido;
- cada visitante adquire apenas 1 picolé;
- o mês tem 30 dias.
- A relação entre o preço da passagem e o número de passagens vendidas é linear.

Questão 10 (DIFÍCIL)

Três segmentos de medidas 3 cm, 4 cm e 5 cm ao longo de segmentos partindo de cada vértice de um triângulo equilátero, encontram-se em um ponto P , conforme exibe a figura abaixo.



Determine o lado do triângulo equilátero.

- A) 5,88 cm
- B) 6,62 cm
- C) 6,76 cm
- D) 7,12 cm
- E) 7,23 cm