

**Questão 01 (MÉDIO)**

O *espelho* de um número natural  $n$  de dois algarismos é aquele obtido pela troca da ordem dos algarismos de  $n$ .

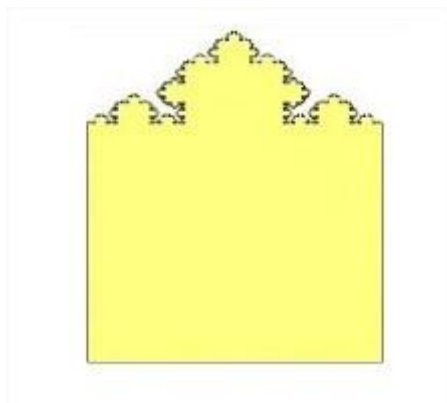
Por exemplo, o *espelho* de 23 é o 32.

Determine o produto dos dois maiores números de dois algarismos que cumprem com a seguinte propriedade:

“A soma do número  $n$  com o seu *espelho* é um quadrado perfeito. ”

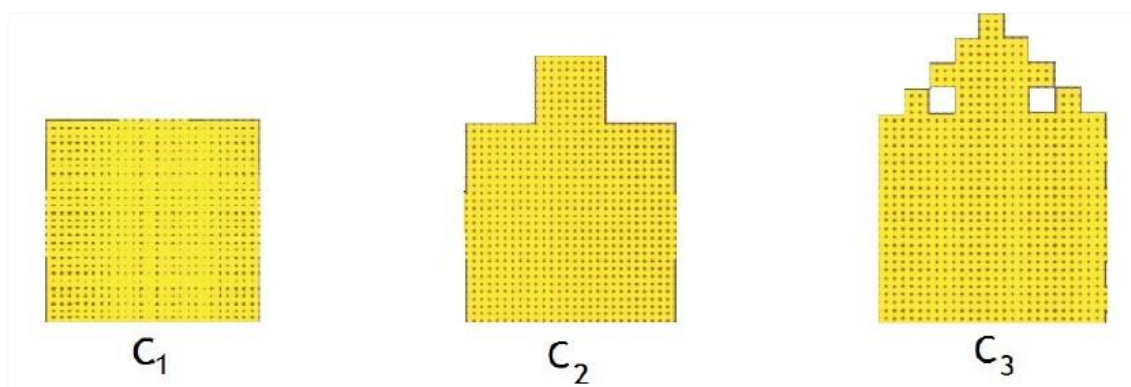
**Questão 02 (MÉDIO)**

Um arquiteto pretende projetar a vista frontal de uma catedral do período Barroco. Tal período é reconhecido pela característica do excesso de detalhes nas construções e na arte, de um modo geral. Neste sentido, a ideia do arquiteto foi utilizar a noção de fractais para desenhar as torres superiores. O resultado da catedral fractal é exibido na figura abaixo:



A partir de um quadrado de lado igual a 1, serão formados segmentos com  $1/3$  do comprimento do quadrado inicial, o que é equivalente a acrescentar, ao segmento superior do quadrado inicial, um outro quadrado de lado  $1/3$ .

Este procedimento segue sucessivamente. A figura abaixo ilustra as três primeiras figuras resultantes do processo iterativo de construção da *catedral fractal*.



Determine quantas iterações são necessárias para que o perímetro da figura da catedral fractal seja pelo menos igual a 93.

**Questão 03 (MÉDIO)**

Sejam as funções  $f(x)$  e  $g(x)$  dadas por:

$$f(x) = x^2 + x - 6$$

$$g(x) = 3^x$$

Considere as afirmações abaixo e classifique-as como verdadeiras ou falsas.

- I. A função  $g(x)$  é maior que zero para todo  $x$  real.
- II. O valor de  $f[g(0)]$  é igual a 1.
- III. Se  $x_v$  representa a coordenada  $x$  do vértice da parábola descrita por  $f(x)$ , o valor  $g(x_v)$  é um número racional.
- IV. Se  $g(x) = 1$ , então  $f(x) = -4$ .

Assinale a alternativa que representa a diferença entre o número de afirmações verdadeiras ( $N_V$ ) e o número de afirmações falsas ( $N_F$ ), ou seja,  $N_V - N_F$  é igual a:

- A) - 4
- B) - 2
- C) 0
- D) 2
- E) 4

**Questão 04 (MÉDIO)**

Considere um cubo de lado  $a$ . Dentro deste cubo cabem perfeitamente oito esferas maciças de aço e foram necessários quatro litros de água para preencher o espaço vazio do cubo quando as oito esferas estavam dentro. Preencha a lacuna com o valor do lado do cubo dado em centímetros.

Para este problema, use o valor de  $\pi$  como sendo 3 e lembre-se que  $1 \text{ m}^3$  é igual a 1000 litros.

**Questão 05 (MÉDIO)**

Assinale a alternativa correta, sabendo que  $\cos^2\theta = 0,75$ .

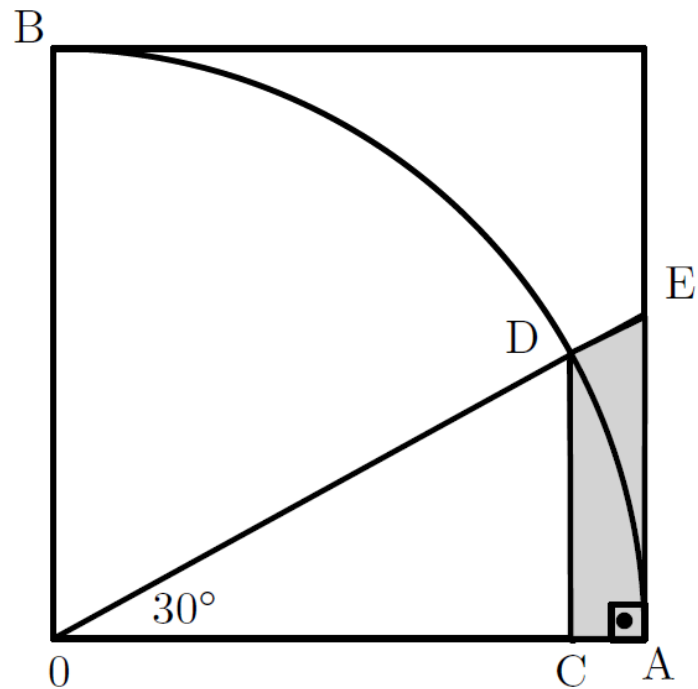
- A) O ângulo  $\theta$  obrigatoriamente pertence ao primeiro quadrante do círculo trigonométrico.
- B) O valor de  $\cos(2\theta)$  é igual a 0,5.
- C) O valor de  $\sin(\theta)$  é igual a 0,5, independentemente do quadrante do ângulo  $\theta$ .
- D) O valor  $\sec^2(\theta)$  é igual a 4.
- E) O ângulo  $\theta$  pode ser igual a  $30^\circ$  ou  $120^\circ$ .

**Questão 06 (MÉDIO)**

A média de seis números inteiros positivos diferentes é 15. Determine o maior valor possível para o maior dos seis números inteiros.

**Questão 07 (MÉDIO)**

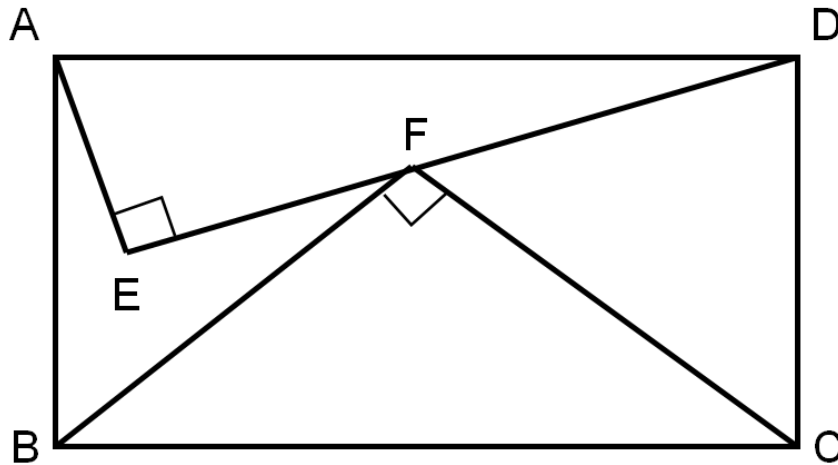
Calcule a área do trapézio  $ACDE$  hachurado abaixo, sabendo que  $AB$  é um arco de uma circunferência de raio 1.



- A)  $\sqrt{3}/12$
- B)  $\sqrt{3}/18$
- C)  $\sqrt{3}/24$
- D)  $\sqrt{3}/6$
- E)  $\sqrt{3}/4$

**Questão 08 (DIFÍCIL)**

Dentro do retângulo  $ABCD$  há dois triângulos retângulos  $AED$  e  $BFC$  como mostrado na figura. Observe que o ponto  $F$  está em algum ponto do segmento  $DE$ . Considere que  $AE = 14$ ,  $ED = 48$  e  $BF = 30$ . Calcule o valor do segmento  $AB$  e escreva-o na forma de fração irredutível. Preencha a lacuna com o valor da soma do numerador com o denominador da fração irredutível que representa o valor do segmento  $AB$ .

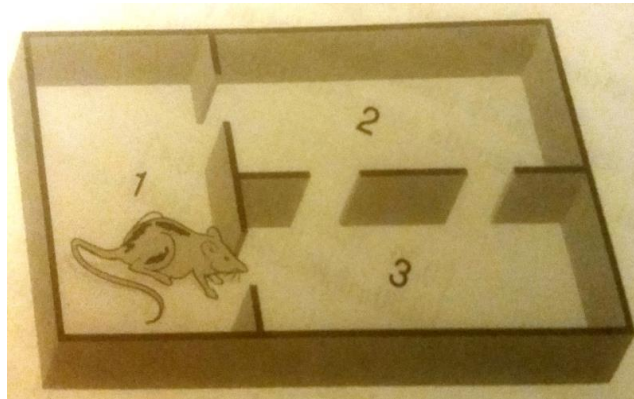




**Questão 09 (DIFÍCIL)**

Um psicólogo coloca um rato em uma gaiola de três compartimentos, como mostra a figura abaixo. O rato foi treinado para selecionar uma porta aleatoriamente sempre que tocarem um sinal, e dirigir-se através dela ao próximo compartimento.

Seja a matriz de transição  $P_{3 \times 3}$  tal que o elemento  $p_{ij}$  represente a probabilidade do rato passar do compartimento  $j$  para o compartimento  $i$  ao toque do sinal.



Considere as afirmações abaixo:

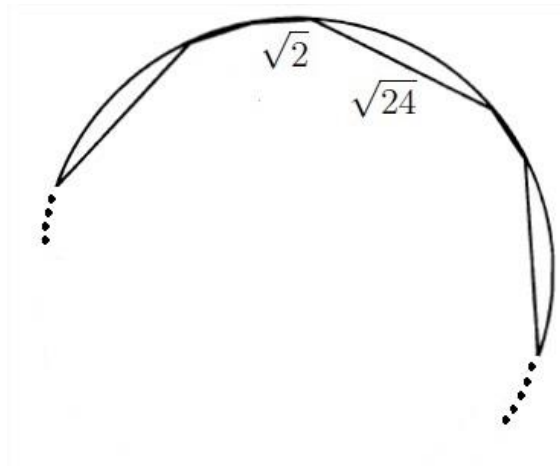
- I) A soma dos elementos da 1ª linha da matriz  $P$  é igual a 1.
- II) Se o rato está inicialmente no compartimento 1, a probabilidade dele estar no compartimento 2 depois de tocarem o sinal duas vezes é  $1/3$ .
- III) Se o rato está inicialmente no compartimento 2, a probabilidade dele estar novamente no compartimento 2 depois de tocarem o sinal duas vezes é 50%

Está correto dizer que:

- a) Todas as afirmações são falsas.
- b) Apenas I é falsa.
- c) Apenas III é verdadeira.
- d) Apenas II é verdadeira.
- e) Nenhuma das anteriores.

**Questão 10 (DIFÍCIL)**

Um polígono convexo de doze lados, inscrito em uma circunferência, tem, em alguma ordem, seis lados de comprimento  $\sqrt{2}$  e seis de comprimento  $\sqrt{24}$ . Determine o raio  $r$  da circunferência. A figura abaixo ilustra parte deste polígono convexo para elucidar a ideia da situação.



Preencha a lacuna com o valor de  $r^2$ .