4º Jogo Concurso Online de Matemática PUC-Campinas

Gabarito - Primeira Fase

1. *Resposta:* 100 pés

   Solução:

   Aplicando a semelhança de triângulos, nós temos que:

   $$\frac{d}{25} = \frac{40}{10} \Rightarrow d = 25 \cdot \frac{40}{10} \Rightarrow \Rightarrow d\text{=100 pés}$$

2. Resposta: $10\,560$ reais

   Solução:
   Vamos encontrar o número de DVD's que Marlon alugou. Seja n o número de DVD's alugados. Então,

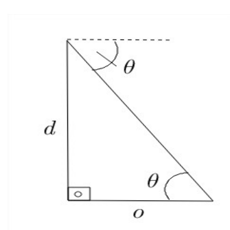
   $$\begin{aligned} 102,50 &= 20 + n \cdot 2,50 \\ 102,50 - 20 = 2,50 & \\ \frac{82,5}{2,50} &= n \Rightarrow n = 33 \text{ DVD's} \end{aligned}$$

   Se Marlon não fosse um membro, teríamos que $Q = 33 \cdot 3,20 \Rightarrow Q = 105,6$. Então,

   $$10^2 \cdot Q = 10\,560 \quad \text{reais}$$

3. *Resposta: Alternativa b.*
   Solução:

   Aplicando a razão trigonométrica *tangente* no triângulo retângulo abaixo, nós temos que:



$$
\begin{aligned}
\text{tg}(\theta) &= \frac{d}{o} \\
\frac{\text{sen}(\theta)}{\cos(\theta)} &= \frac{d}{o} \\
o &= d \cdot \frac{\cos(\theta)}{\text{sen}(\theta)}
\end{aligned}
$$

4. *Resposta:* 11.
   Solução:

   Seja a um inteiro. Podemos representar cinco inteiros consecutivos da seguinte maneira:

   $$a-2, a-1, a, a+1, a+2$$

   Isto implica que os tês consecutivos subsequentes são da forma:

   $$a+3, a+4, a+5$$

   Se a soma dos cinco inteiros consecutivos é igual à soma dos três inteiros consecutivos subsequentes, então:

   $$(a-2)+(a-1)+a+(a+1)+(a+2) = (a+3)+(a+4)+(a+5)$$

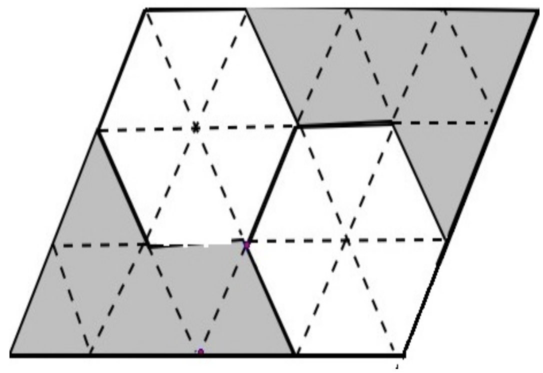
   Reorganizando a soma, temos que:

   $$
   \begin{aligned}
   (a+a+a+a+a)+(-2+2-1+1) &= a+a+a+(3+4+5) \\
   5a &= 3a+12 \\
   5a-3a &= 12 \\
   2a &= 12 \\
   a &= \frac{12}{2} \\
   a &= 6
   \end{aligned}
   $$

   Como o último número consecutivo é $a+5$, isto implica que o maior número dentre os oito números em questão é o número $a+5 = 6+5 = 11$.

5. *Resposta:* 3
   Solução:

   Subdividindo o paralelogramo em 24 triângulos equiláteros, conforme exibe a figura abaixo, nós temos que:



$$A_{\text{paralelog}} = 24A_T$$
$$A_{\text{sombr}} = 12A_T$$

Então,

$$\frac{A_{\text{sombr}}}{A_{\text{paralelog}}} = \frac{12A_T}{24A_T} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = 3$$

6. *Resposta: Alternativa* b
   Solução

$$\frac{3x \bullet 5}{7} = \frac{2x \circ 6}{14}$$

Como $x = 4$ é solução da equação acima, então vamos substituir $x = 4$ na equação:

$$\frac{3 \cdot 4 \bullet 5}{7} = \frac{2 \cdot 4 \circ 6}{14}$$
$$\frac{12 \bullet 5}{7} = \frac{8 \circ 6}{14}$$

Para que se cumpra a equação acima, nós devemos ter que:

$$\bullet = - \quad \text{e} \quad \circ = +$$

Com efeito,

$$\frac{12 - 5}{7} = \frac{8 + 6}{14}$$
$$\frac{7}{7} = \frac{14}{14}$$
$$1 = 1 \qquad \text{(ok!)}$$

7. *Resposta:* 34.
   Solução:

$$
\begin{aligned}
\frac{18^n + 2^n \cdot 27^{2n}}{6^n} &= \frac{(3^2 \cdot 2)^n + 2^n \cdot (3^3)^{2n}}{(2 \cdot 3)^n} \\
&= \frac{(3^2)^n \cdot 2^n + 2^n \cdot (3^{3 \cdot 2n})}{2^n 3^n} \\
&= \frac{3^{2n} \cdot 2^n + 2^n (3^{n \cdot (3 \cdot 2)})}{2^n 3^n} \\
&= \frac{(3^n)^2 \cdot 2^n + 2^n \cdot (3^{n \cdot 6})}{2^n 3^n} \\
&= \frac{(3^n)^2 \cdot 2^n + 2^n \cdot (3^n)^6}{2^n 3^n} \\
&= \frac{2^n ((3^n)^2 + (3^n)^6)}{2^n 3^n} \\
&= \frac{\cancel{2^n} ((3^n)^2 + (3^n)^6)}{\cancel{2^n} 3^n} \\
&= \frac{((3^n)^2 + (3^n)^6)}{3^n} \\
&= \frac{2^2 + 2^6}{2} \quad \text{(pois } 3^n = 2\text{)} \\
&= \frac{\cancel{2}(2 + 2^5)}{\cancel{2}} \\
&= 34
\end{aligned}
$$

8. *Questão cancelada*
   Solução:

   O enunciado da questão estava errado. A conta que deveria ser considerada no enunciado questão era a conta abaixo:

$$
\begin{array}{r}
a\ b \\
\times\ c \\
\hline
d\ e\ f
\end{array}
\quad \Rightarrow \quad
\begin{array}{r}
54 \\
\times 3 \\
\hline
162
\end{array}
\quad \Rightarrow 1 + 6 + 2 = 9
$$

   E a partir do resultado, deveria ser preenchido na lacuna o valor de $d + e + f$.

   Ou seja, teria-se que $d + e + f = 9$.

9. *Resposta:* 4
   Solução:

Vamos primeiramente determinar o diâmetro da circunferência:

$$d = 8 - (-2) \Rightarrow d = 10 \Rightarrow r = 5$$

Desta forma o raio é dado por $r = 5$.

Como a circunferência tem o centro deslocado na horizontal de três unidades, para a direita, a partir da origem do sistema de coordenadas cartesiano, então a equação da circunferência é dada por:

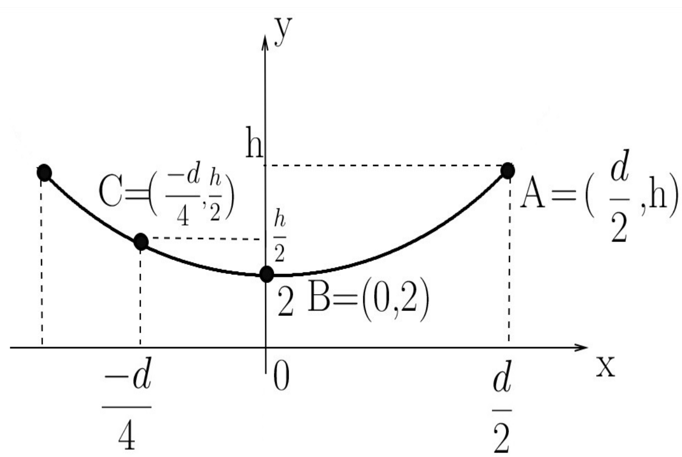
$$(x-3)^2 + y^2 = 5^2$$

Como o ponto $D = (e, d)$ pertence ao eixo $y \Rightarrow e = 0 \Rightarrow D = (0, d)$. Como o ponto $D = (0, d)$ pertence à circunferência, isto implica que o ponto D satisfaz a equação da circunferência. Então substituindo o ponto $D = (x, y) = (0, d)$ na equação da circunferência, nós tesmo que:

$$\begin{aligned} (0-3)^2 + d^2 &= 5^2 \\ 9 + d^2 &= 5^2 \\ \Rightarrow d^2 &= 25 - 9 \\ d &= 4 \end{aligned}$$

10. *Resposta:* 16
    Solução:

Vamos orientar o fio no sistema de coordenadas cartesiano:



Os pontos (x, y) pertencentes ao fio satisfazem uma equação quadrática da forma

$$y = ax^2 + bx + c \qquad (I)$$

Substituindo o ponto $B = (x, y) = (0, 2)$ na Equação I, nós temos que:

$$2 = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c \Rightarrow c = 2$$

Dado que o ponto $B = (0, 2)$ é o vértice da parábola, então:

$$\begin{aligned} x_v &= \frac{-b}{2a} \\ \Rightarrow 0 &= \frac{-b}{2a} \Rightarrow b = 0 \end{aligned}$$

Voltando as constantes $b = 0$ e $c = 2$ na Equação I, nós temos que:

$$\begin{aligned} y &= ax^2 + 0x + 2 \\ y &= ax^2 + 2 \quad (II) \end{aligned}$$

Como os pontos $A = \left(\frac{d}{2}, h\right)$ e $C = \left(\frac{-d}{4}, \frac{h}{2}\right)$ pertencem à parábola, isto implica que estes pontos satisfazem a Equação II. Então substituindo os ponto A e C, na Equação II, nós obteremos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} h &= a \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2 + 2 \\ \frac{h}{2} &= a \cdot \left(\frac{-d}{4}\right)^2 + 2 \end{cases}$$

Como é dado no problema que $h = \frac{3d}{8}$, então substituindo $h = \frac{3d}{8}$ nas equações acima, temos que:

$$\begin{cases} \frac{3d}{8} &= a \cdot \frac{d^2}{4} + 2 \quad (III) \\ \frac{3d}{2 \cdot 8} &= a \cdot \frac{d^2}{16} + 2 \quad (IV) \end{cases}$$

Manipulando a Equação (IV), nós temos que:

$$\begin{aligned} \frac{3d}{16} - 2 &= \frac{1}{4} \cdot \frac{ad^2}{4} \\ 4 \cdot \left(\frac{3d}{16} - 2\right) &= \frac{ad^2}{4} \end{aligned}$$

Segue da última equação que:

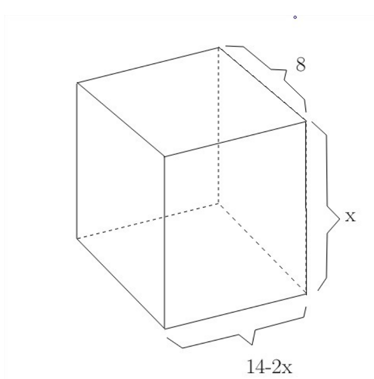
$$\frac{ad^2}{4} = 4 \cdot \left(\frac{3d}{16} - 2\right) \quad (V)$$

Voltando V em III, temos que:

$$\begin{aligned}
\frac{3d}{8} &= 4 \cdot \left(\frac{3d}{16} - 2\right) + 2 \\
\frac{3d}{8} &= \frac{3d}{4} - 8 + 2 \\
\frac{3d}{8} &= \frac{3d}{4} - 6 \\
\frac{3d}{8} - \frac{3d}{4} &= -6 \\
\frac{3d - 6d}{8} &= -6 \\
\frac{-3d}{8} &= -6 \quad \times (-1) \\
\frac{3d}{8} &= 6 \\
3d &= 48 \\
d &= \frac{48}{3} \\
d &= 16
\end{aligned}$$

11. *Resposta:* 196
Solução:

Considere a figura abaixo que ilustra o volume do porta-arquivos:



Temos que o volume do porta arquivos é dado por:

$$
\begin{aligned}
V(x) &= (14-2x)\cdot x\cdot 8\\
V(x) &= 112x-16x^2
\end{aligned}
$$

Ou seja, a função volume é uma quadrática com concavidade para baixo, cujo x do vértice é dado por:

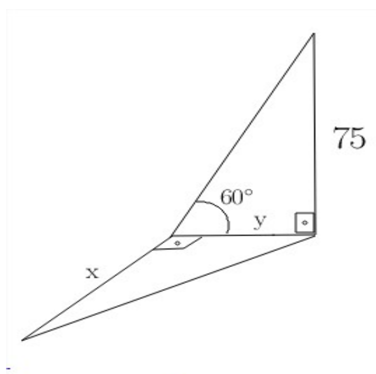
$$
\begin{aligned}
x_v &= \frac{-b}{2a}\\
x_v &= \frac{-112}{2\cdot(-16)}\\
x_v &= 3,5
\end{aligned}
$$

Avaliando a função volume neste ponto, nós obteremos o volume máximo que será dado por:

$$V(3,5) = 112\cdot 3,5 - 16\cdot(3,5)^2 \Rightarrow V(3,5) = 196$$

12. *Resposta:* 15000.
Solução:

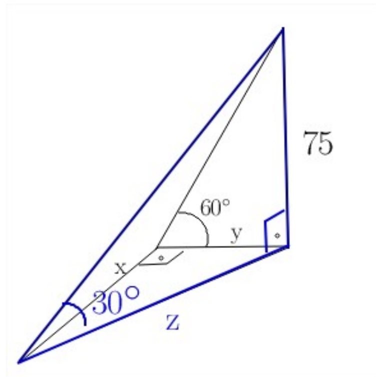
Primeiramente, vamos determinar a medida y no triângulo vertical de referência, extraído do desenho do problema:



Aplicando a *tangente* no triângulo vertical, nós temos que:

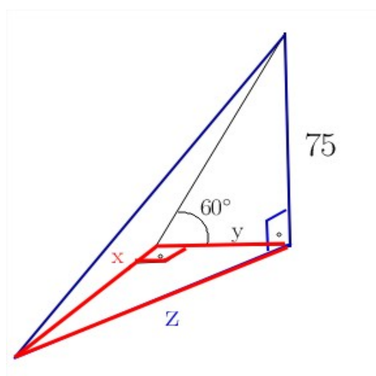
$$
\begin{aligned}
\text{tg}(60^\circ) &= \frac{75}{y}\\
\sqrt{3} &= \frac{75}{y} \Rightarrow y = \frac{75}{\sqrt{3}}
\end{aligned}
$$

Agora vamos determinar a medida z no outro triângulo vertical azul, extraído do desenho do problema:



$$
\begin{aligned}
\text{tg}(30^\circ) &= \frac{75}{z} \\
\frac{\sqrt{3}}{3} &= \frac{75}{z} \\
\Rightarrow z &= \frac{3 \cdot 75}{\sqrt{3}}
\end{aligned}
$$

Finalmente aplicamos o *Teorema de Pitágoras* no triângulo "*deitado*" em vermelho:



$$
\begin{aligned}
z^2 &= x^2 + y^2 \\
\left(\frac{3 \cdot 75}{\sqrt{3}}\right)^2 &= x^2 + \left(\frac{75}{\sqrt{3}}\right)^2 \\
\Rightarrow x^2 &= \left(\frac{3 \cdot 75}{\sqrt{3}}\right)^2 - \left(\frac{75}{\sqrt{3}}\right)^2 \\
x^2 &= 15\,000
\end{aligned}
$$

13. *Resposta:* 350.
    Solução:

    Os três governadores podem ser selecionados de $C(5,3)$ modos e os quatro senadores podem ser selecionados em $C(7,4)$ modos. Se nós usarmos o princípio fundamental da contagem, teremos que o número de possibilidades de comissões será:

$$\begin{aligned}
C(5,3)\cdot C(7,4) &= \frac{5!}{3!\,2!}\cdot\frac{7!}{4!\,3!}\\
&= \frac{5\cdot 4\cdot 3!}{3!\cdot 2\cdot 1}\cdot\frac{7\cdot 6\cdot 5\cdot 4!}{4!\cdot 3\cdot 2\cdot 1}\\
&= \frac{5\cdot \cancel{2}\cdot 2\cdot \cancel{3!}}{\cancel{3!}\cdot \cancel{2}\cdot 1}\cdot\frac{7\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{2}\cdot 5\cdot \cancel{4!}}{\cancel{4!}\cdot \cancel{3}\cdot \cancel{2}\cdot 1}\\
&= 10\cdot 35\\
&= 350.
\end{aligned}$$

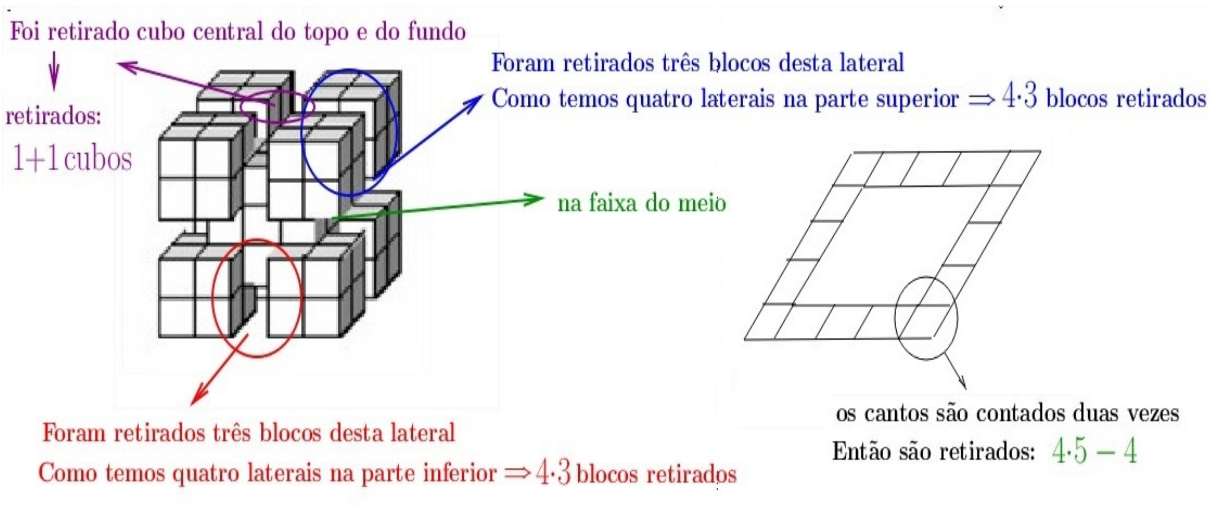
14. *Resposta: Alternativa* (a).

15. *Resposta:* 83.
    Solução:

    O total de cubos menores do cubo grande, antes de desamarrar a fita é dado por:

$$\begin{aligned}
\text{Total} &= 5\times 5\times 5\\
&= 125 \quad \text{cubinhos}
\end{aligned}$$

    Agora vamos analisar os cubos que foram retirados:



Então,

$$
\begin{aligned}
\text{cubos restantes} &= 125 - (4 \cdot 3 + 4 \cdot 3 + (4 \cdot 5 - 4) + (1 + 1)) \\
\text{cubos restantes} &= 125 - (24 + 16 + 2) \\
\text{cubos restantes} &= 125 - 42 \\
\text{cubos restantes} &= 83
\end{aligned}
$$

16. *Resposta:* 73.
Solução:

Seja a_n o número de quadrados construídos na n-ésima fase do procedimento. Então:

$$
\begin{aligned}
a_1 &= 1 \\
a_2 &= 8 \cdot 1 \\
a_3 &= 8 \cdot (8 \cdot 1)
\end{aligned}
$$

Então,

$$
\begin{aligned}
\text{Total} &= a_1 + a_2 + a_3 \\
&= 1 + 8 + 8 \cdot 8 \\
\text{Total} &= 73
\end{aligned}
$$

17. *Resposta: Alternativa* (e).
Solução:

Segue da fórmula de arco duplo que:

$$\text{sen}(2x) = 2\text{sen}(x)\cos(x)$$

Como $w = \text{sen}(2x)$, então,

$$w = 2\text{sen}(x)\cos(x)$$

Elevando ambos os membros da equação acima ao quadrado, nós temos que:

$$\begin{aligned}
w^2 &= (2\text{sen}(x)\cos(x))^2 \\
&= 4\text{sen}^2(\theta)\cos^2(\theta) \\
&= 4\text{sen}^2(\theta)(1-\text{sen}^2(\theta)) \quad \text{(usando a relação fundamental : } \text{sen}^2(\theta)+\cos^2(\theta)=1) \\
&= 4y^2(1-y^2) \\
\Rightarrow w &= \sqrt{4y^2(1-y^2)}
\end{aligned}$$

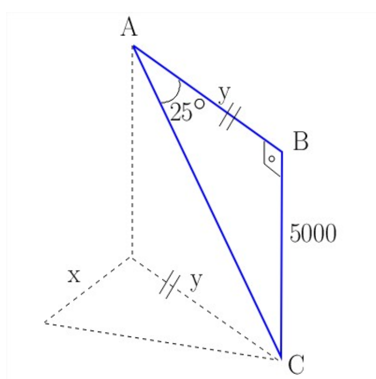
18. *Resposta: Alternativa* (c)
    Solução:

    Se inicia no setor 9 e girando no sentido anti-horário.

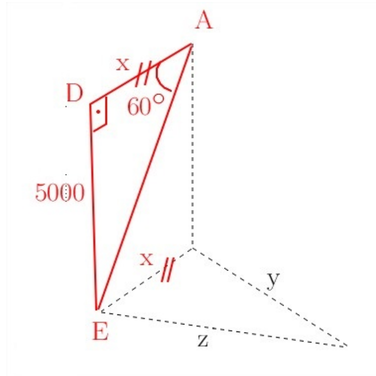
$$((((((3 \times 9) + 2) - 7) \div 2) - 5) \times 5) = 30$$

19. *Resposta: Alternativa* (b).
    Solução:

    Primeiramente, vamos analisar o triângulo retângulo ΔABC vertical em azul, extraído do desenho do problema:



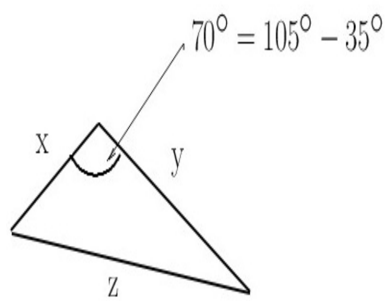
$$\text{tg}(25°) = \frac{5000}{y} \Rightarrow y = \frac{5000}{\text{tg}(25°)} \quad (I)$$



Agora vamos analisar o triângulo retângulo vertical ΔADE, em vermelho:

$$\text{tg}(60°) = \frac{5000}{x} \Rightarrow x = \frac{5000}{\text{tg}(60°)} \quad (II)$$

Finalmente vamos analisar agora o triângulo no plano da superfície:

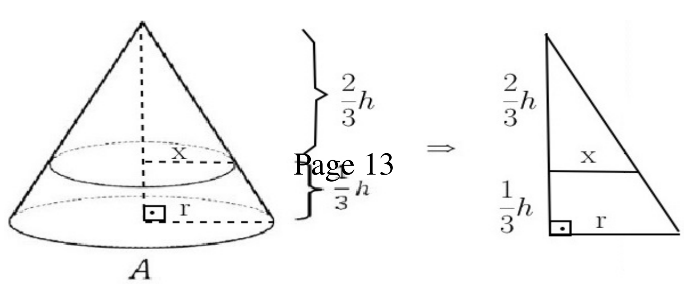


Aplicando a *lei dos cossenos*:

$$\begin{aligned} z^2 &= x^2 + y^2 - 2 \cdot x \cdot y \cdot \cos(70^{\circ)} \\ &= \left(\frac{5000}{\text{tg}(60°)}\right)^2 + \left(\frac{5000}{\text{tg}(25°)}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{5000}{\text{tg}(60°)}\right) \cdot \left(\frac{5000}{\text{tg}(25°)}\right) \cdot \cos(70°) \\ \Rightarrow z &= \sqrt{\left(\frac{5000}{\text{tg}(60°)}\right)^2 + \left(\frac{5000}{\text{tg}(25°)}\right)^2 - 2 \cdot \left(\frac{5000}{\text{tg}(60°)}\right) \cdot \left(\frac{5000}{\text{tg}(25°)}\right) \cdot \cos(70°)} \\ &\approx 10\,106 \text{ pés} \end{aligned}$$

20. *Resposta:* 74.
Solução:

Primeiramente vamos analisar o volume que diz respeito ao recipiente A.



Segue, do desenho acima, uma relação de *semelhança de triângulos*.

$$\begin{aligned}\frac{r}{x} &= \frac{h}{\frac{2}{3}h}\\ \Rightarrow x &= \frac{2}{3}r\end{aligned}$$

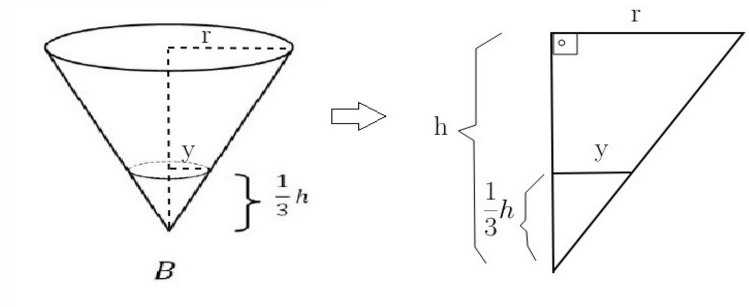
Então,

$$\begin{aligned}V_{lA} &= V - \frac{1}{3}\pi x^2 \frac{2}{3}h\\ &= \frac{1}{3}\pi r^2 h - \frac{1}{3}\pi\left(\frac{2}{3}r\right)^2\frac{2}{3}h\\ &= \frac{1}{3}\pi r^2 h - \frac{1}{3}\pi\cdot\frac{2^2}{3^2}r^2\cdot\frac{2}{3}h\\ &= \frac{1}{3}\pi r^2 h - \frac{8\pi r^2 h}{81}\\ &= \pi r^2 h\left(\frac{1}{3} - \frac{8}{81}\right)\\ &= \pi r^2 h\left(\frac{27-8}{81}\right)\\ &= \pi r^2 h\cdot\frac{19}{81}\\ &= \pi r^2 h\cdot\frac{19}{3\cdot 27}\\ &= \frac{1}{3}\pi r^2 h\cdot\frac{19}{27}\\ &= V\cdot\frac{19}{27}\\ V_{lA} &= \frac{19}{27}\cdot V\end{aligned}$$

Vamos agora analisar o volume que diz respeito ao recipiente B:

Aplicando, simmilarmente ao caso anterior, uma semelhança de triângulos, temos que:

$$\frac{h}{r} = \frac{\frac{h}{3}}{y} \Rightarrow y = \frac{1}{3}r$$



Então,

$$\begin{aligned}
V_{lB} &= \frac{1}{3}\pi \cdot y^2 \cdot \left(\frac{1}{3}h\right) \\
&= \frac{\pi}{3}\left(\frac{1}{3}r\right)^2 \cdot \frac{h}{3} \\
&= \frac{\pi}{3} \cdot \frac{r^2}{9} \cdot \frac{h}{3} \\
&= {\color{blue}\frac{1}{3}\pi r^2 h} \cdot \frac{1}{27} \\
&= {\color{blue}V} \cdot \frac{1}{27} \\
V_{lB} &= \frac{1}{27} \cdot {\color{blue}V}
\end{aligned}$$

Então,

$$\begin{aligned}
V_{lA} &= \frac{19}{27}V \\
V_{lB} &= \frac{1}{27}V
\end{aligned}$$

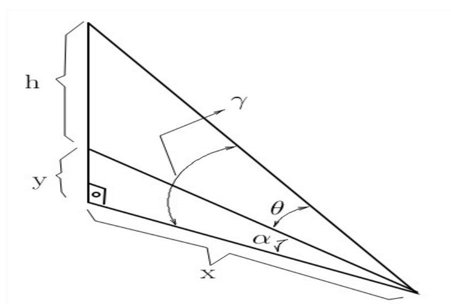
Isto implica que:

$$\frac{a}{b} = \frac{19}{27} \quad \text{e} \quad \frac{c}{d} = \frac{1}{27}$$

Então,

$$a + b + c + d = 19 + 27 + 1 + 27 \Rightarrow a + b + c + d = 74$$

21. *Resposta: Alternativa:* (d).
Solução:



Segue do triângulo de referência acima, extraído do desenho do problema que:

$$\text{tg}(\gamma) = \frac{h+y}{x} \Rightarrow \gamma = \text{arctg}\left(\frac{h+y}{x}\right)$$

e

$$\text{tg}(\alpha) = \frac{y}{x} \Rightarrow \alpha = \text{arctg}\left(\frac{y}{x}\right)$$

Como $\theta = \gamma - \alpha$, então:

$$\begin{aligned}
\theta &= \text{arctg}\left(\frac{h+y}{x}\right) - \text{arctg}\left(\frac{y}{x}\right) \\
&= \text{arctg}\left(\frac{25+7}{20}\right) - \text{arctg}\left(\frac{7}{20}\right) \\
&= \text{arctg}(1,6) - \text{arctg}(0,35) \\
&= 59,99^\circ - 19,29^\circ \\
&= 38,7^\circ
\end{aligned}$$

22. *Resposta:* 219.
Solução:

$$a + (a+1) + \ldots + \underline{\qquad} + \ldots + (a+9) = 2006 \quad (I)$$

Como não conhecemos o inteiro consecutivo que Osorio retirou, então vamos chamá-lo de $a+k$. Então, somando $(a+k)$ a ambos os membros da Equaçõ I, nós temos que:

$$\begin{aligned}
a + (a+1) + \ldots + (a+k) + \ldots + (a+9) &= 2006 + (a+k) \\
\Rightarrow (a + a + \ldots + a) + (1 + 2 + \ldots k + \ldots + 9) &= 2006 + a + k \\
10a + 45 &= 2006 + a + k \\
10a - a &= 2006 - 45 + k \\
9a &= 1961 + k
\end{aligned}$$

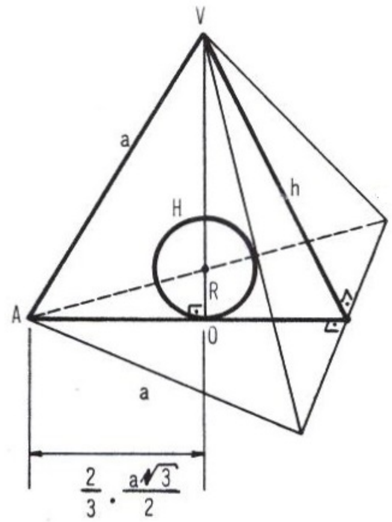
Segue da última equação que $1961 + k$ deve ser divisível por 9. Isto implica que $k = 1$, pois $1962 = 9 \cdot 218$. Logo,

$$\begin{aligned}
9a &= 1962 \\
a &= \frac{1962}{9} \\
a &= 218
\end{aligned}$$

Logo, Osorio retirou o inteiro $(a + k) = (218 + 1) = 219$.

23. *Resposta: Alternativa* (b).
Solução:

Exibimos abaixo o desenho da situação do problema:



Primeiramente vamos analisar o triângulo vertical ΔAOV: Aplicando o *Teorema de Pitágoras* ao triângulo, temos que:

$$\begin{aligned} a^2 &= \left(\frac{2}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + H^2 \\ \Rightarrow H^2 &= a^2 - \frac{3a^2}{9} \\ \Rightarrow H^2 &= \frac{6a^2}{9} \\ \Rightarrow H &= \frac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow a = \frac{\sqrt{6}}{2}H \end{aligned}$$

Como o centro da esfera subdivide a altura H do tetraedro na razão de $\frac{1}{3}$ e $\frac{2}{3}$, então temos que:

$$H = 4R$$

Substituindo $H = 4R$ na equação $a = \dfrac{\sqrt{6}}{2}H$, temos que:

$$a = \frac{\sqrt{6}}{2} \cdot 4R$$
$$\Rightarrow a \;=\; 2 \cdot \sqrt{6}R$$

Como o volume do tetraedro é igual a:

$$V = \frac{1}{3}\text{A}_{\text{base}} \times \text{Altura}$$

Então,

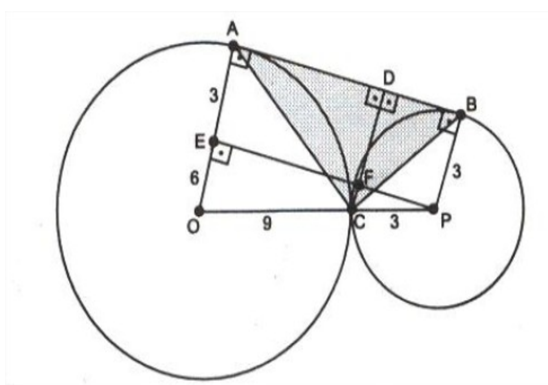
$$V = \frac{1}{3}\frac{a^2\sqrt{3}}{4} \cdot H$$

Substituindo $a = 2 \cdot \sqrt{6}R$ e $H = 4R$ na equação acima, nós temos que:

$$V = \frac{1}{3}\frac{(2\sqrt{6}R)^2\sqrt{3}}{4} \cdot 4R$$

$$\Rightarrow V = 8\sqrt{3}R^3$$

24. *Resposta:* 54675.
Solução:



Aplicando semelhança de triângulos, temos que:

$$\frac{CF}{OE} = \frac{CP}{OP} \Rightarrow \frac{CF}{6} = \frac{3}{12} \Rightarrow CF = \frac{3}{2}$$

Além disso, temos que:

$$
\begin{aligned}
CD &= CF + FD \\
CD &= \frac{3}{2} + 3 \Rightarrow CD = \frac{9}{2}
\end{aligned}
$$

Observe no desenho que:

$$(EP)^2 + (OE)^2 = (OP)^2 \Longleftrightarrow (AB)^2 + 6^2 = 12^2$$

Então,

$$
\begin{aligned}
(AB)^2 + 6^2 = 12^2 & \\
(AB)^2 &= 108 \\
AB = 6\sqrt{3} &
\end{aligned}
$$

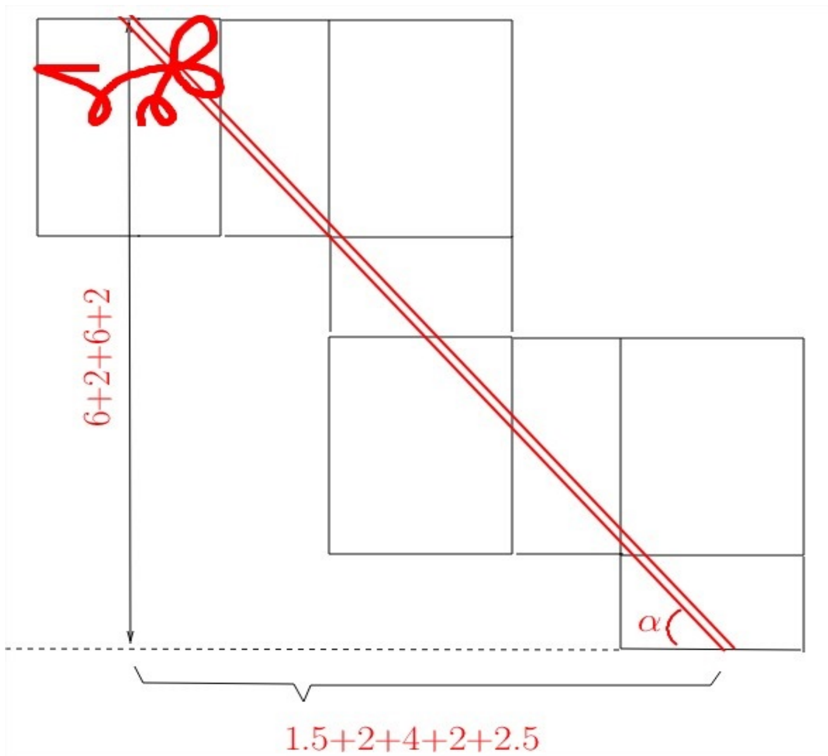
Desta forma, a área em metros quadrados do triângulo ΔABC é dada por:

$$
\begin{aligned}
A_T &= \frac{AB \cdot CD}{2} \\
&= \frac{6\sqrt{3} \cdot \frac{9}{2}}{2} \\
&= \frac{27\sqrt{3}}{2}
\end{aligned}
$$

Desta forma, temos que $10^2 \cdot (A_T)^2 = 54675$.

25. *Resposta:* $53°$.
Solução

Dado que o ângulo α se mantém a cada passagem da aresta, isto implica que o desenvolvimento plano do caminho da reta é essencialmente um segmento de reta. Segue do desenho que:



$$\mathrm{tg}(\alpha) = \frac{16}{12} \Rightarrow \alpha = \mathrm{arctg}\left(\frac{16}{12}\right) \Rightarrow \alpha \approx 53^\circ$$