2º Jogo Concurso Online de Matemática PUC-Campinas

Gabarito - Primeira Fase

1. (*Alternativa* *d*)

$$\begin{aligned} \text{total de habitantes} &= 14 \cdot 10^6 \\ \text{habitantes que contrairam malária} &= \frac{0,15}{100} \cdot (14 \cdot 10^6) \end{aligned}$$

Então,

$$\underbrace{\text{total de habitantes} - \text{habitantes que contrairam malária}}_{14 \cdot 10^6 - \frac{0,15}{100} \cdot 14 \cdot 10^6} =$$

$$\begin{aligned} &= 14 \cdot 10^6 - 0,0015 \cdot 10^6 \\ &= 14 \cdot 10^6(1 - 0,0015) \quad \text{(usando fatoração)} \\ &= 14 \cdot 10^6 \cdot (0,9985) \\ &= 14 \cdot 0,9985 \cdot 10^6 \\ &= 13.979.000 \end{aligned}$$

2. (*Alternativa* *b*)

Note que se a afirmação "*A é divisível por* 55" fosse verdadeira, isto implicaria em:

$$\begin{aligned} A &= 55 \cdot n \\ &= 5 \cdot 11 \cdot n \end{aligned}$$

Ou seja, A seria divisível por 5 e A seria divisível por 11 e portanto teríamos três afirmações verdadeiras e uma falsa.

Vamos fazer outra consideração então. Supondo que a afirmação $A < 10$ é verdadeira, isto implica que A não pode ser divisível por 11 e A não pode ser divisível por 55. Portanto podemos considerar que:

$$
\begin{array}{rcl}
A & \text{seria divisível por} \quad 5 & \text{(verdadeira)} \\
A & \text{seria divisível por} \quad 11 & \text{(falsa)} \\
A & \text{seria divisível por} \quad 55 & \text{(verdadeira)} \\
 & A < 10 & \text{(falsa)}
\end{array}
$$

Portanto $A = 5$ é a escolha possível que resolve o problema.

3. *Resp:* 240

Vamos definir as seguintes variáveis:

$$
\begin{array}{rcl}
x & = & \text{número de peças para fabricar um castelo} \\
y & = & \text{número de peças para fabricar uma casa} \\
z & = & \text{número de peças para fabricar uma ponte}
\end{array}
$$

A partir das informações contempladas no enunciado, montamos o seguinte sistema de equações:

$$
\begin{array}{rcll}
x + y & = & 120 & (I) \\
y + z & = & 160 & (II) \\
z + x & = & 200 & (III)
\end{array}
$$

Multiplicando a Equação I por (-1) e somando com a Equação II, obtemos uma outra equação IV:

$$
+\begin{cases}
-x - \cancel{y} = -120 & \text{(I)} \\
\cancel{y} + z = 160 & \text{(II)}
\end{cases}
$$
$$
\overline{-x + z = 40} \qquad \text{(IV)}
$$

Agora, resolvemos primeiramente o sistema de equações formado pelas equações III e IV, pelo método da adição:

$$\Rightarrow z = \frac{240}{2} \Rightarrow z = 120$$

Voltando $z = 120$ em III, temos que:

$$\begin{aligned} 120 + x &= 200 \\ x &= 200 - 120 \\ x &= 80 \end{aligned}$$

Voltando $x = 80$ em I, temos que:

$$\begin{aligned} 80 + y &= 120 \\ \Rightarrow y &= 120 - 80 \\ \Rightarrow y &= 40 \end{aligned}$$

Desta forma, temos que:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 80 + 40 + 120 \\ &= 240 \quad \text{peças} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} + \begin{cases} z + \cancel{x} = 200 & \text{(III)} \\ -\cancel{x} + z = 40 & \text{(IV)} \end{cases} \\ \hline \quad 2\text{z} = 240 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow z &= \frac{240}{2} \\ &= 120 \end{aligned}$$

Voltando $z = 120$ em III, nós temos que:

$$\begin{aligned} 120 + x &= 200 \\ \underbrace{-120 + 120}_{0} + x &= \underbrace{-120 + 200}_{80} \quad \text{(somando -120 a ambos os membros)} \\ \Rightarrow x &= 80 \end{aligned}$$

Voltando $x = 80$ em I, temos que:

$$\begin{aligned}80 + y &= 120\\ \underbrace{-80 + 80}_{0} + y &= -80 + 120\\ \Rightarrow y &= 40\end{aligned}$$

Então

$$\begin{aligned}x + y + z &= 80 + 40 + 120\\ &= 240\end{aligned}$$

Logo, para construir a casa, o castelo e a ponte serão necessárias 240 peças no total.

4. Seja $n =$ número de ingressos de $\$3,00$. Então,

$$\begin{aligned}3 \cdot n + 5 \cdot (3n) + (3n + 10) \cdot 7.50 &= 885\\ \Rightarrow 3n + 15n + 7.50 \cdot (3n + 10) &= 885\\ 3n + 15n + 7,50 \cdot 3n + 7.50 \cdot 10 &= 885\\ 18n + 22.5n &= 885 - 75\\ 40.5n &= 810\\ n &= \frac{810}{40.5}\\ n &= 20\end{aligned}$$

Logo, foram vendidos:

20	ingressos de	$\$3.00$
60	ingressos de	$\$5.00$
70	ingressos de	$\$7.50$

5. (*Alternativa* c)