

# MATEMÁTICA, JOGOS E LINGUAGENS: ESTUDO COM ÊNFASE NO ENSINO MÉDIO

**Jeferson Gamaliel Felipin**

Faculdade de Matemática  
CEATEC

jefersongfelipin@gmail.com

**Tadeu Fernandes de Carvalho**

Grupo de Pesquisa LM<sup>Λ</sup>LM  
CEATEC

tadeu\_@puc-campinas.edu.br

**Resumo:** *Apresentamos neste trabalho, características e potencialidades didáticas do jogo de Xadrez e do Alquerque, que julgamos adequadas e convenientemente propostas para o Ensino Médio, que se integra a outro trabalho afim sobre o Jogo de Damas e o Alquerque para as últimas séries do Ensino Fundamental, como parte das atividades do Grupo de Pesquisa em Lógica Matemática e Linguagem da Matemática do CEATEC. A intenção foi apresentar aspectos novos ou pouco explorados dos mesmos, que facilitem a compreensão da linguagem lógico-matemática que caracteriza o currículo do Ensino Médio, incluindo símbolos que além de sua relevância para esse nível de ensino, são elementos indispensáveis de componentes curriculares de diversos cursos de graduação, como a Licenciatura e o Bacharelado em Matemática.*

Palavras-chave: *matemática, lógica, xadrez.*

**Grande Área do Conhecimento:** *Ciências Exatas e da Terra - Matemática - CNPq.*

## 1. INTRODUÇÃO

Ensinar e aprender, como, quando e através de que recursos, são questões recorrentes que colocam muitas vezes em um mesmo plano e por vezes trocando o seu papel no processo, educadores e educandos. Resumimos aqui, o estudo que realizamos sobre alguns aspectos desta questão, focalizando o uso de jogos no ensino da Matemática.<sup>1</sup>

Caciana Linhares Pereira, na introdução do artigo *Piaget, Vygotsky e Wallon: contribuições para os estudos da linguagem*, destaca o pensamento e as propostas desses três autores sobre a Educação, em seus vários aspectos:

<sup>1</sup> Autor 1: Jeferson Gamaliel Felipin, graduando do Curso de Matemática – PUC-Campinas.

Autor 2: Tadeu Fernandes de Carvalho, Graduação em Matemática pela PUC-Campinas, com Mestrado em Matemática e Doutorado em Filosofia pela Universidade Estadual de Campinas.

o modo de funcionamento da linguagem articulada ao pensamento do sujeito se refaz a cada nova etapa, incorporando as aquisições anteriores em níveis de complexidade crescentes e reorganizando-as de maneira que a diade pensamento e linguagem se apresenta sutilmente estruturada. Nesse contexto, Piaget, Wallon e Vygotsky mostram que o conhecimento se dá a partir do sujeito em sua ação no mundo e conferem a esse processo sujeito-mundo uma dialeticidade ímpar nas teorizações sobre como conhecê-lo. ([11], introdução)

Destacamos, no quadro abaixo, partes da síntese que Walkiri Cibelle Roque, em [17], introduz sobre as concepções educacionais de Piaget, Vygotsky e Wallon.

Autor	Piaget	Vygotsky	Wallon
Período	1896-1980	1897-1930	1879-1962
Pesquisador	Y. La Taille	M.K. Oliveira	I. Galvão
Palavras-chave	Construção do conhecimento.	Interação Social.	Afetividade.
Eixos teóricos e principais conceitos.	Assimil./acomod. Esq./equilíbrio Estágio de desenvolvimento.	Mediação simbólica: Instrumentação e símbolos. ...	Movimento: expres/símbol. Emoção: afeto. ...
Papel do Professor e da Escola.	Desequilibrar os esquemas dos alunos e parte de seus conhecimentos prévios.	Intervir no que o aluno domina. ...	Olhar a história, demanda e perspectivas do aluno.

**Quadro 1. Piaget, Vygotsky e Wallon – Tripé teórico da Educação.**

São autores que viveram os problemas da Educação em diferentes momentos do Século XX, mas cujos problemas abordados e pontos de vista são atuais e fazem parte das preocupações de todas as pessoas e instituições que tratam do assunto. De fato, tratam da metodologia e dos conteúdos ideais para o ensino

de matemática básica e de como foram polêmicos, particularmente no caso da “Matemática Moderna”, uma espécie de inspiração celta ou um Santo Graal do ensino matemático – algo que funcionaria para qualquer aluno, em qualquer situação, em qualquer tempo ou espaço.

Para Piaget, tais esforços são inúteis, e acreditava que a matemática é o resultado final de um processo mental realizado pelo ser, em relação ao cotidiano, construído a partir de atividades de se pensar o mundo através das relações de objetos. Suas ideias relacionam-se com um ensino formador de raciocínio lógico matemático, que conduz o ser à interpretação e compreensão dos problemas tratados. Para ele, se essa base for bem desenvolvida, a transição de conteúdos simples para conteúdos mais complexos (e abstratos) será mais simples. Chamava essas fases de transição de estágios, com cada estágio baseado na capacidade do desenvolvimento do raciocínio lógico do ser. A obra de Piaget, tanto quanto a de Wallon ou Vygotsky, leva à conclusão de que o trabalho de educar crianças não se refere tanto à transmissão de conteúdos quanto a favorecer a atividade mental do aluno, sempre tendo presente a questão da afetividade. O uso de jogos, em particular, pode estimular o raciocínio e ir ao encontro do que Piaget pregava e aos aspectos da linguagem tratados por Vygotsky. Além de ser a porta de entrada para os alunos aplicarem o conteúdo escolar em ambientes positivamente controlados e abertos a competições saudáveis. O xadrez, por exemplo, combina aspectos lógicos e matemáticos com aspectos históricos e político-sociais, que interessam a todas as disciplinas que compõem o currículo do Ensino Fundamental e do Ensino Médio. Suas características incluem elementos visuais e manipulativos, que estimulam de diferentes maneiras, jogadores situados em diferentes faixas etárias, além de propriedades lógicas e matemáticas, com destaque para as propriedades geométricas, algébricas e aritméticas. Muitos outros jogos podem, da mesma forma, beneficiar o desenvolvimento intelectual e social dos praticantes. Suas características podem, ainda que variando na intensidade e na forma, permitir múltiplas interpretações e experiências, envolvendo, em termos didático-pedagógicos, propriedades lógicas e matemáticas.

## 2. Breve história do Xadrez.

### 2.1. Os primórdios do xadrez.

A Índia e a China dividem a crença de que introduziram o jogo de xadrez. O jogo indiano Chaturanga (Chaturaji) permite imaginar que tenha sido a Índia. Chaturanga é uma palavra composta que pode ser traduzida por *quatro* (chatur) *membros* (anga)". Uma

alusão aos quatro tipos de forças que constituíam o exército indiano: a infantaria (os peões), a cavalaria (os cavalos), a elefantaria (torres ou hastis) e os carros (barcos ou bispos). O jogo, originalmente, envolvia os reis (Rajás), quatro jogadores, em 4 lados do tabuleiro, cada lado com peças de uma cor diferente (branca, amarela, vermelha e preta), em um tabuleiro de 8 linhas e 8 colunas, com casas da mesma cor. As duplas situadas em uma diagonal eram aliadas e jogavam contra a outra dupla, da diagonal oposta. O objetivo do jogo era capturar os reis dos oponentes.

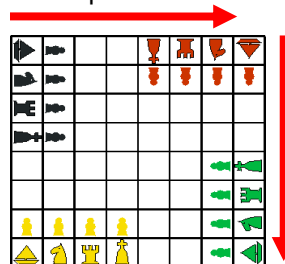


Figura 1. O Chaturanga ([14])

O Chaturanga chegou à Pérsia durante a dinastia dos sassânidas - último Império Persa pré-islâmico-, quando conquistaram parte da Índia setentrional, passando a ser denominado “Chatrang” (derivado de caturaṅga, do sânscrito, parte das 23 línguas oficiais da Índia e mais fortemente relacionada com o Hinduísmo e Budismo). Em sua origem, esse jogo, cujas regras foram consolidadas no século 3 d.C, apresentava os aliados unidos em um único “exército”, com o segundo rei sendo convertido em subordinado (o vizir ou primeiro-ministro). Mudanças foram ocorrendo, deixou-se de usar o dado e o tabuleiro passou a usar pedras de duas cores. O rei (Sha), cavalo (Faras) e peão (Peadah) mantiveram os movimentos anteriores e o vizir, ou conselheiro, passou a dar um passo por vez na diagonal. A torre e o bispo mudaram de posição mas não de denominação. O cavalo foi a única peça mantida no nome e no movimento, justificando a adoção como símbolo do jogo.

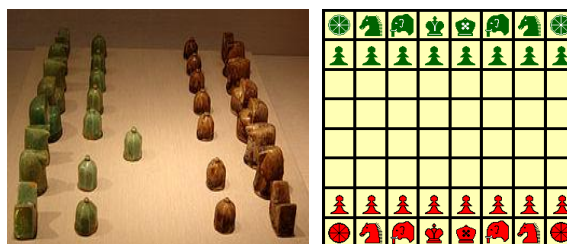


Figura 2. Chaturang iraniano – séc. XII d.C (Museu Metropolitano de NY – EUA).

Já o Xadrez, a partir do final do ano 500 d.C, começou a popularizar-se em várias regiões da África, Á-

sia e Europa, com denominação variada, como “tseungki- ano 600, na China”, “senterej – ano 1000, na região do Mediterrâneo” e shakmaty, ano 1700, na Rússia”. Suas atuais regras foram apresentadas no 75º Congresso da FIDE – Federação Internacional de Xadrez, realizado em Calviá (Mallorca-Espanha), em outubro de 2004, passando a vigorar em julho de 2005. Links: [18], [19] e [20].



Figura 3. Xadrez atual.

<http://www.picsearch.com/Chess-pictures.html> e [wiki/Chess](http://wiki/Chess).



Figura 4. Torneio nos EUA

Entre outros jogos de tabuleiro importantes, destacamos o Alquerque, com o tabuleiro e pedras ou pedões seguintes:

Regras do Jogo do Alquerque

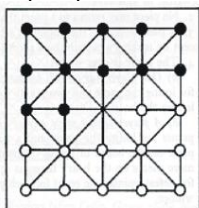


Figura 5. Tabuleiro do Alquerque (extraído e adaptado de [21], p.1)

Este jogo é para ser jogado por duas pessoas, alternadamente, um com as peças brancas e o outro com as peças pretas. O tabuleiro acima, constituído por 25 casas, mostra a posição inicial das peças. As brancas começam o jogo.

- Pode-se mover uma peça de uma casa para uma casa vizinha livre qualquer, nas 8 direções possíveis: para a frente, para trás, para os lados e nas diagonais.
- Para comer uma peça, deve-se saltar sobre ela, devendo estar livre a casa seguinte, onde a peça que ataca deve parar. A peça conquistada é retirada do tabuleiro.
- É sempre obrigado a se “comer” uma ou mais peças, quando após a peça tomada existir uma casa livre para ocupar.

O objetivo do jogo é ficar com todas as peças do adversário.

Regras do Jogo do Alquerque (acrescentadas):

- Não é possível mover as peças para trás.
- Nenhuma peça pode retornar a um casa onde esteve antes.

- Quando uma peça alcança a linha final, só pode mover-se para “comer” uma peça adversária.

Um jogador ganha quando:

- O adversário perdeu todas as suas peças;
- Nenhuma das peças do adversário pode mover-se.

### 3. Perspectivas para o uso do Chaturangado, Alquerque e Xadrez na Matemática.

O uso dos jogos como ferramentas para o aperfeiçoamento das atividades de ensino nos níveis básicos e nos cursos de graduação é adotado há bastante tempo. Acreditamos, porém, tomando como base as Damas e o Xadrez, nos quais o Brasil tem pouco destaque internacional, que as escolas e as academias não tem conseguido sucesso em sua adequada disseminação. São jogos que em outros países estão presentes em clubes e escolas, além de uma presença de melhor qualidade na Internet. Nossa proposta para o Ensino Médio é de manter o xadrez como atividade lúdica regular da escola, desenvolvida em torneios disputados por equipes de 4 estudantes, com revezamento dos mais destacados nos torneios seguintes. A adoção de ferramentas complementares, como o Chaturanga ou o Alquerque, com a manutenção dos grupos para a resolução de problemas, poderia gerar bons resultados.

#### 3.1. Uma aplicação envolvendo séries e indução matemática.

Verifique, construindo e observando através de modelos concretos (para as últimas séries do Ensino Fundamental e para o Ensino Médio), e demonstre (para estudantes que estejam estudando processos de indução), que propriedade existe entre o quadrado da soma de  $n$  números naturais consecutivos  $1, 2, \dots, n-1, n$ , e a soma de seus cubos. Teste os resultados a partir de  $n = 2$ , ou  $S = \{1, 2\}$ , ampliando esse valor até poder generalizar o processo.

a) Para  $S = \{1, 2\}$ :  $1 + 2 = 3$  e  $3^2 = 9$  e  $1^3 + 2^3 = 9$ ,

logo, satisfazem a afirmação.

b) Para  $S = \{1, 2, 3\}$ , encontramos o mesmo resultado 36.

Prosseguindo até  $n = 5$ :

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = 100 = 10^2$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 + 5^3 = 225 = 15^2$$

A fórmula é satisfeita para esses valores particulares de  $n$ , e sugere ser verdadeira, para qualquer  $n$ , mas não basta prosseguir indefinidamente com esse processo, pois pode haver algum  $n$  de difícil obtenção que nega a afirmação. O que se deve fazer é “demonstrar” ou “refutar” a afirmação para todos os casos possíveis. A demonstração, que está presente em nosso trabalho completo, pode ser feita pelo processo de indução, que envolve a pergunta: será que continua verdadeira a afirmação quando passamos de algum valor de  $n$ , que a satisfaz, para o valor seguinte  $n + 1$ ? Se for verdade, teremos, de fato,

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 + (n+1)^3 = \left( \frac{(n+1)(n+2)}{2} \right)^2$$

([16] – problema 1).

### 3.2. Uma aplicação à Economia envolvendo função linear e função oferta.

Seja  $f(x) = x + 2$  e  $g(x) = -x + 4$ . Suponha que  $f(x)$  seja uma função associada ao preço mínimo, em reais, que certos produtores apresentam pelo litro de óleo de milho e  $g(x)$  o preço que os seus potenciais compradores aprovam. Analise a situação, usando o tabuleiro do Alquerque.

Tomando para  $f(x)$  os pares  $(0, 2)$  e  $(2, 4)$  e para  $g(x)$  os pares  $(0, 4)$  e  $(4, 0)$ , construir o gráfico seguinte.

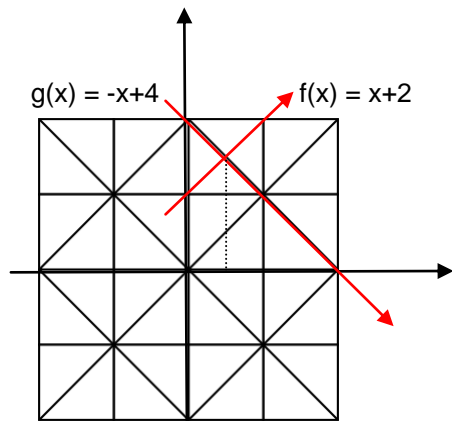


Figura 6. Problema 2.

Consideramos os quadrados com medida igual a 2 cm (associados a 2 litros) por lado. Resolvendo a igualdade  $f(x) = g(x)$ , temos:  $-x + 4 = x + 2$ , logo,  $x = 1$ . Substituindo em qualquer uma das duas funções obtemos  $y = 3$ . Logo, o ponto de interseção dos gráficos é o ponto  $(1, 3)$ . Esse seria o ponto ótimo, em que a oferta e a demanda se equilibram ao preço de 3,00 reais por litro.

### 3.3. Outras Possibilidades.

No decorrer de 2012, como atividade de estágio no Colégio Notre Dame de Campinas, associados à disciplina Lógica Matemática, desenvolvemos atividades afins com nosso projeto de Iniciação Científica explorando jogos, matemática e lógica, organizados conforme as orientações abaixo. O objetivo principal foi mostrar que a abstração matemática traz sentido para o texto científico e pode nos tornar capazes de desenvolver argumentos lógicos em todas as áreas do conhecimento.

#### Temas das aulas práticas:

1. O problema dos Monges
2. Como mudar uma mesa de lugar pode virar matemática
3. Visão espacial e arranjos lógicos
4. Quebra-cabeças bidirecionais
5. Jogos de papel e matemática

#### Temas para os Jogos:

1. Dezesseis Fósforos /Truque com fósforos
2. Engolindo Elefantes
3. Sendo Houdini
4. Jogo das xícaras
5. Torre de Hanoi
6. Repartindo a água
7. Uma divisão Intrigante

### 4. Considerações Finais.

Além de atender aos Parâmetros Curriculares Nacionais, os jogos podem e devem ser utilizados no processo de construção do conhecimento em matemática e de socialização e até de colaboração na consolidação da identidade do país. Permitem grande variedade de aplicações e experiências, com o uso de recursos digitais ou com atividades exploratórias concretas realizadas em Laboratórios de Ensino e de Informática, incentivando a colaboração e trabalhando a empatia com as disciplinas e os docentes. Ajudam, ainda, a formar grupos ou equipes que estendam suas ações também para as aulas regulares, as aulas de revisão e os grupos de estudo. Dentre os jogos de tabuleiro, sem dúvida, o Xadrez e as Damas são os mais adequados para essa finalidade. Para que as escolas estejam preparadas para isso, porém, devem estabelecer um planejamento adequado, que se integre definitivamente à sua rotina e aos seus objetivos maiores. Foi como procedeu, por exemplo, a Universidade de Évora, em Portugal, que em agosto de 2009 decidiu pela adoção do xadrez como atividade destinada aos mesmos fins dos quais aqui tratamos. Para isso, antes de mais nada, realizou um workshop que ilustra como devemos tratar



esses objetivos, desde as primeiras ações. Título: **Évora recebe Workshop "Xadrez e Ensino"** ([22] p.1- universia, Portugal). Esta ação envolveu o Departamento de Matemática da Universidade de Évora, a Delegação Regional Sul e Ilhas da Sociedade Portuguesa de Matemática, apoiado pelo órgão do Ministério da Educação e seu Conselho Científico e Pedagógico da Formação Contínua de professores, equivalente ao Ensino Fundamental e Ensino Médio do Brasil.

Os resultados desse trabalho poderão ter sequência em estudos afins no Grupo de Pesquisa GPLM<sup>LM</sup> e em aplicações no Curso de Licenciatura em Matemática do CEATEC, da PUC-Campinas.

### 5.0. Agradecimentos.

Agradecemos à PUC Campinas e à PROPESQ pela concessão da bolsa FAPIC/Reitoria, ao NUPEX do CEATEC e aos membros do Grupo de Pesquisa em Lógica Matemática e Linguagem da Matemática pela colaboração.

### REFERÊNCIAS

- [1] BRASIL. Ministério da Educação. Secretaria de Ensino Fundamental. *Parâmetros curriculares nacionais: ensino fundamental (5ª a 8ª série): matemática*. Brasília: MEC/SEF. 1998.
- [2] D'AMBRÓSIO, U. *Da realidade à ação: reflexões sobre educação e matemática*. São Paulo: Summus; Campinas: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas. 1986.
- [3] DUARTE, R. S. e FREITAS, M. T.M. *O JOGO DE XADREZ NO ENSINO DA MATEMÁTICA*. 2012. [www.sbem.com.br/files/ix\\_enem/](http://www.sbem.com.br/files/ix_enem/)
- [4] FERREIRA, D. e PALHARES, P. *O jogo de xadrez e a identificação de padrões*. LIBEC/CIFPEC, Instituto de Estudos da Criança da Universidade do Minho, 2012.
- [5] FUENTES, M. T. M. Evolução do jogo ao longo do ciclo vital. In: MURCIA, J. A. M. et col. **Aprendizagem através do jogo**. Porto Alegre: Artmed, 2005
- [6] KOVACIC, D. M. *Ajedrez en las escuelas - Una buena movida*. PSIENCIA. REVISTA LATINOAMERICANA DE CIENCIA PSICOLÓGICA. LATIN AMERICAN JOURNAL OF PSYCHOLOGICAL SCIENCE, MAYO 2012 · VOLUMEN 4 · NÚMERO 1, MAY 2012 ·
- [7] MOTA, P. C. C. L. **JOGOS NO ENSINO DA MATEMÁTICA**. Dissertação de Mestrado: Universidade Portucalense Infante D. Henrique. Departamento de Inovação, Ciência e Tecnologia, Setembro, 2009.
- [8] MURCIA, J. A. M. et col. **Aprendizagem através do jogo**. Porto Alegre: Artmed, 2005.
- [9] MURRAY, H. J. R. **A History of Chess**. Oxford Univ. Press London. 1913.
- [10] PEREDNIK, G. D. *La edad ajedrecística/Teoría y práctica de la enseñanza Del ajedrez em la educación inicial*. Periódico Conjectura /Jan/Jun/2006 nº01,v.11- Marechal Cândido Rondon.
- [11] PEREIRA, C. L. *Piaget, Vygotsky e Wallon: contribuições para os estudos da linguagem*. Psicologia em Estudo - Print version, Maringá Apr./June 2012. <http://dx.doi.org/10.1590/S1413-73722012000200011>)
- [12] POLYA, G. (2ª. edição), **How to solve it**. Londres: Penguin Books. 1990.
- [13] VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem**. São Paulo: Martins Fontes, 1987.
- [14] <http://en.wikipedia.org/wiki/Chaturanga>
- [15] [www.ludensspirit.com/jogos/planet/swf/patolli.html](http://www.ludensspirit.com/jogos/planet/swf/patolli.html)
- [16] Polya in **George Polya**, 1990 (2ª. edição) – [www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/polya\\_solveit/](http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/polya_solveit/) - última consulta em 17/08/2013.
- [17] [//walkiriaroque.com/2010/11/20/piaget-vygotsky-e-wallon-tripe-teorico-da-educacao-2/](http://walkiriaroque.com/2010/11/20/piaget-vygotsky-e-wallon-tripe-teorico-da-educacao-2/)
- [18] [www.ixc.com.br/leisfide.php](http://www.ixc.com.br/leisfide.php)
- [19] [//xadrez.com.sapo.pt/regras.html](http://xadrez.com.sapo.pt/regras.html)
- [20] [www.tabuleirodexadrez.com.br/aprenda-a-jogar-xadrez.htm](http://www.tabuleirodexadrez.com.br/aprenda-a-jogar-xadrez.htm)
- [21] [adcmoura.pt/estamos/bd/fichas/Flyer%20Alquerque](http://adcmoura.pt/estamos/bd/fichas/Flyer%20Alquerque)
- [22] *Workshop Xadrez e Ensino* – Univers. de Évora <http://noticias.universia.pt/vidauniversitaria/noticia/2009/08/28>
- [23] <http://portal.mec.gov.br/seb/arquivos/pdf/ciencian.pdf>